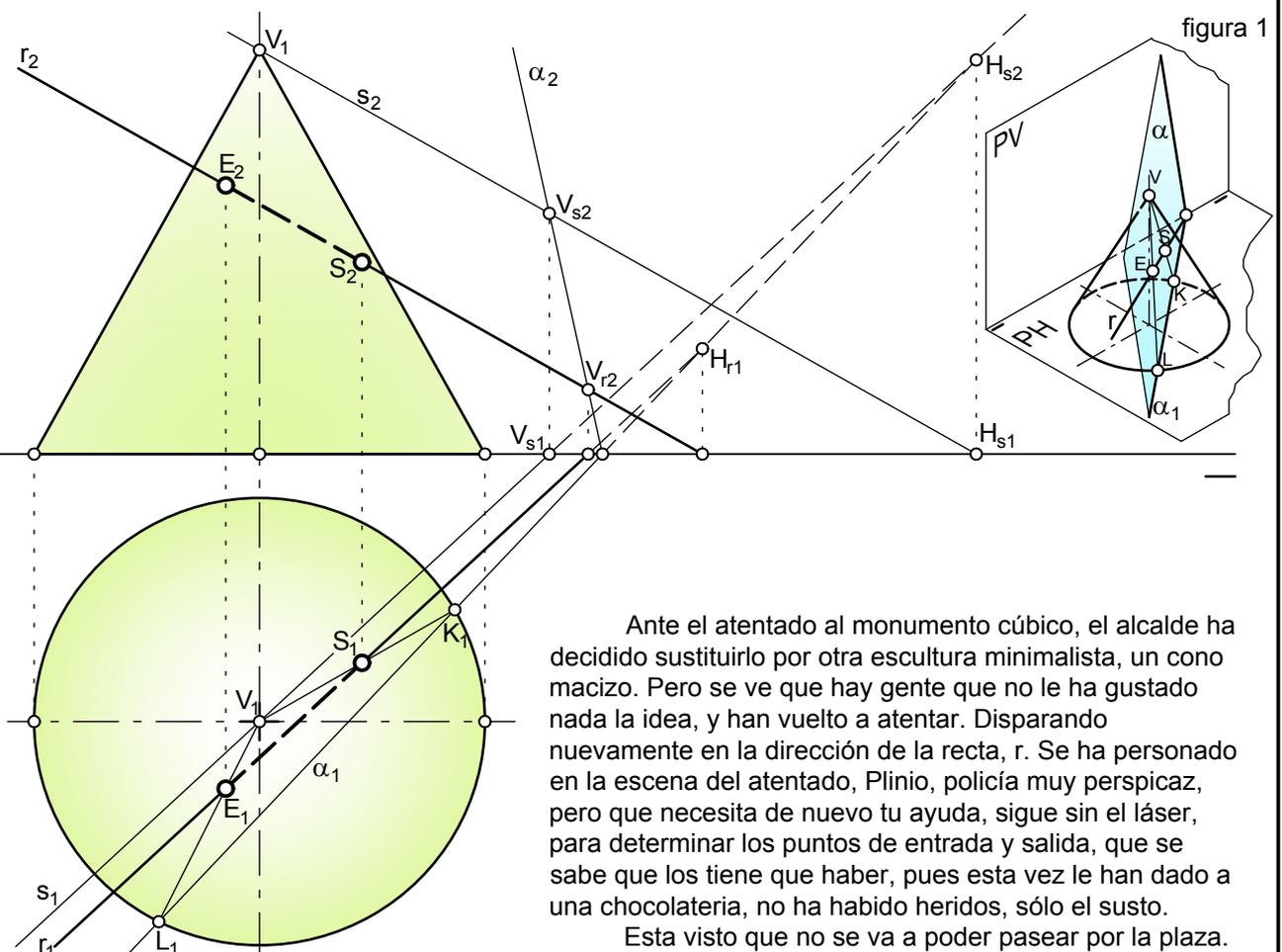
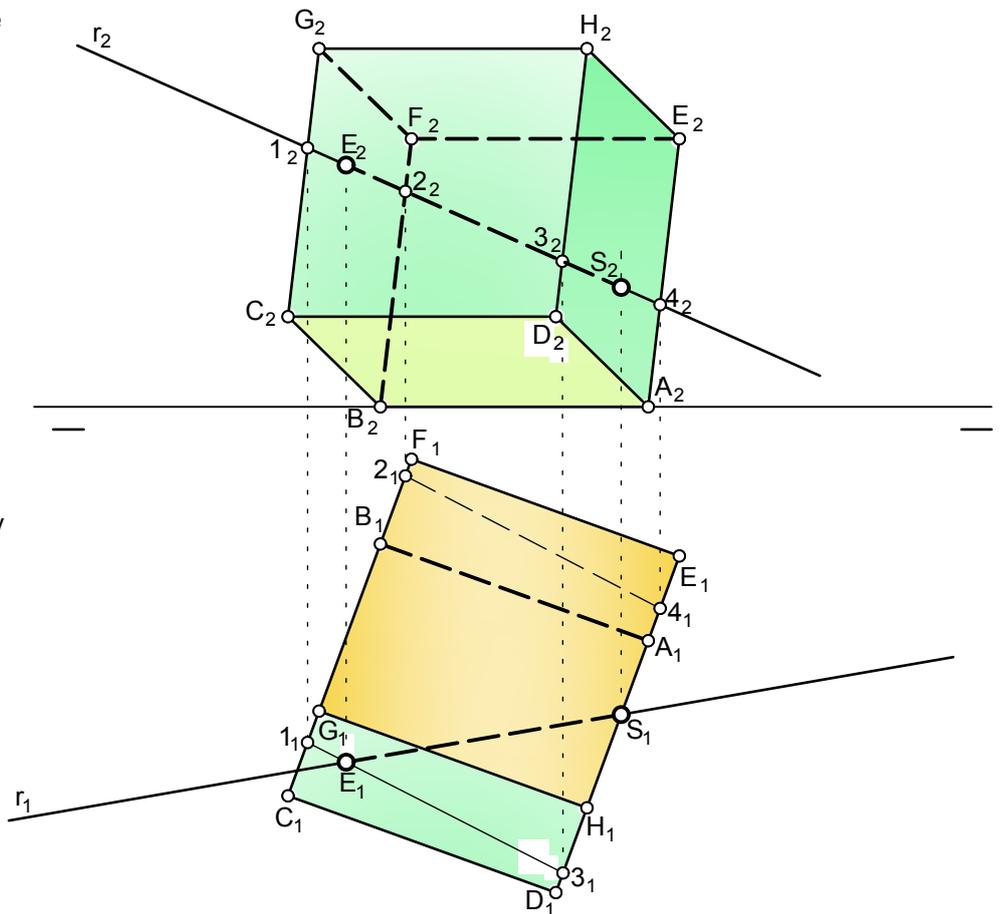


En la dirección de la recta,  $r$ , se ha efectuado un disparo, que ha debido de atravesar el monumento minimalista cúbico, del artista John Smith, pero no encuentran los puntos de impacto en el monumento, aunque saben que ha debido atravesarlo, porque un viandante que paseaba a su perro, ha resultado herido. A la policía, se les ha estropeado el láser, y tienen que conocer el punto de entrada y salida de la bala, para poder establecer la trayectoria, y así saber más o menos desde que punto se pudo disparar. Ayúdales y determina los puntos de intersección con el monumento.



Ante el atentado al monumento cúbico, el alcalde ha decidido sustituirlo por otra escultura minimalista, un cono macizo. Pero se ve que hay gente que no le ha gustado nada la idea, y han vuelto a atentar. Disparando nuevamente en la dirección de la recta,  $r$ . Se ha personado en la escena del atentado, Plinio, policía muy perspicaz, pero que necesita de nuevo tu ayuda, sigue sin el láser, para determinar los puntos de entrada y salida, que se sabe que los tiene que haber, pues esta vez le han dado a una chocolatería, no ha habido heridos, sólo el susto. Esta visto que no se va a poder pasear por la plaza.

2009-2010



Intersección Recta -- Cuerpos

CURSO

BT 2.39

El problema de intersección de rectas con cuerpos, está relacionados con las secciones de éstos por un plano, en general proyectante. Pues el proceso se reduce al igual que la intersección de recta con plano en:

- Hacer contener a la recta, en general, en un proyectante.
- Este proyectante corta al cuerpo, dando una sección, poligonal o curvilínea, que corta a la recta en los puntos de intersección entre la recta dada y el cuerpo.

Veamos la aplicación con el presente ejercicio:

1. La recta se hace contener en un proyectante vertical, ni dibujado ni nombrado, no hace falta.
2. En este caso los puntos sección con el cuerpo, se obtienen por intersección de la traza vertical, en nuestro caso la proyección vertical,  $r_2$ , dando la poligonal 1234.
3. La proyección horizontal de la poligonal, corta a la proyección horizontal de la recta,  $r$ , en el punto  $E(E_1, E_2)$  (entrada).
4. El de salida  $S(S_1, S_2)$ , al ser la cara AEHD proyectante horizontal, nos lo da al cortar,  $r_1$ , a dicha cara en la proyección horizontal.

De esta manera hemos obtenido los puntos de entrada y salida de la bala.

En el caso de cuerpos de revolución sencillos, conos, cilindros, etc, conviene que el plano no sea un proyectante, pues la intersección con ellos nos da, curvas cónicas, de más difícil obtención y mayor imprecisión a la hora de obtener los puntos de intersección entre la recta y el cuerpo.

Veamos el proceso a seguir, según el esquema de la figura 1:

- Si al cono se le corta por un plano que contenga el vértice,  $V$ , la sección que se produce es un triángulo LKV, definido por la intersección de la traza horizontal del plano con la base del cono, y el vértice,  $V$ , del cono, siendo los puntos de intersección, los obtenidos por el corte de los lados del triángulo, con la recta dada.
- En general con la traza horizontal es suficiente, cuando el cono está apoyado en el PH.

Veamos como aplicar lo dicho a nuestro caso:

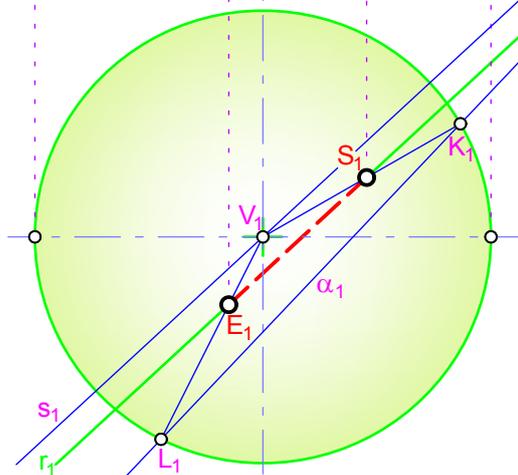
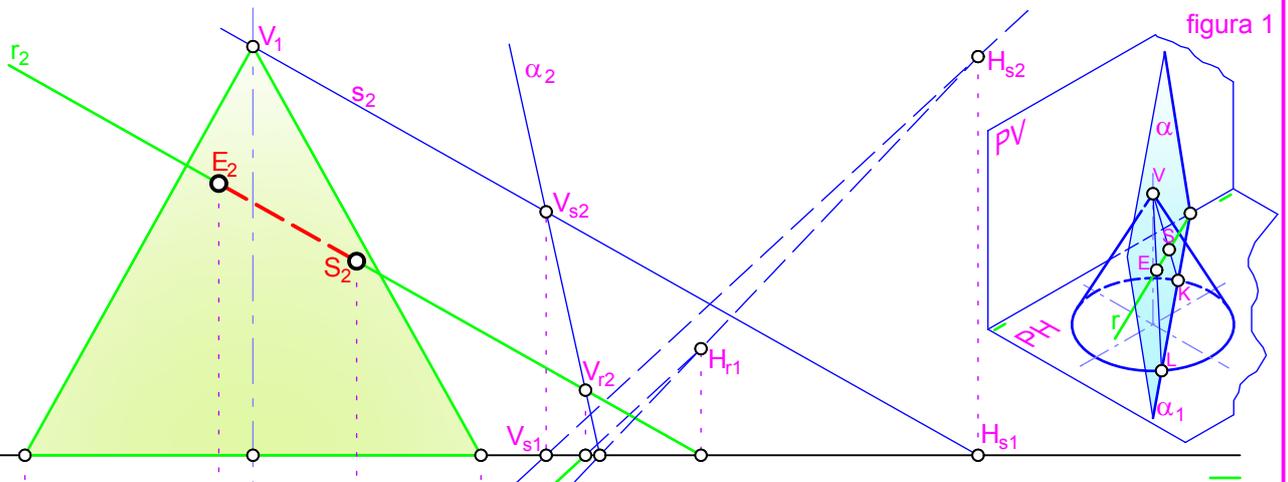
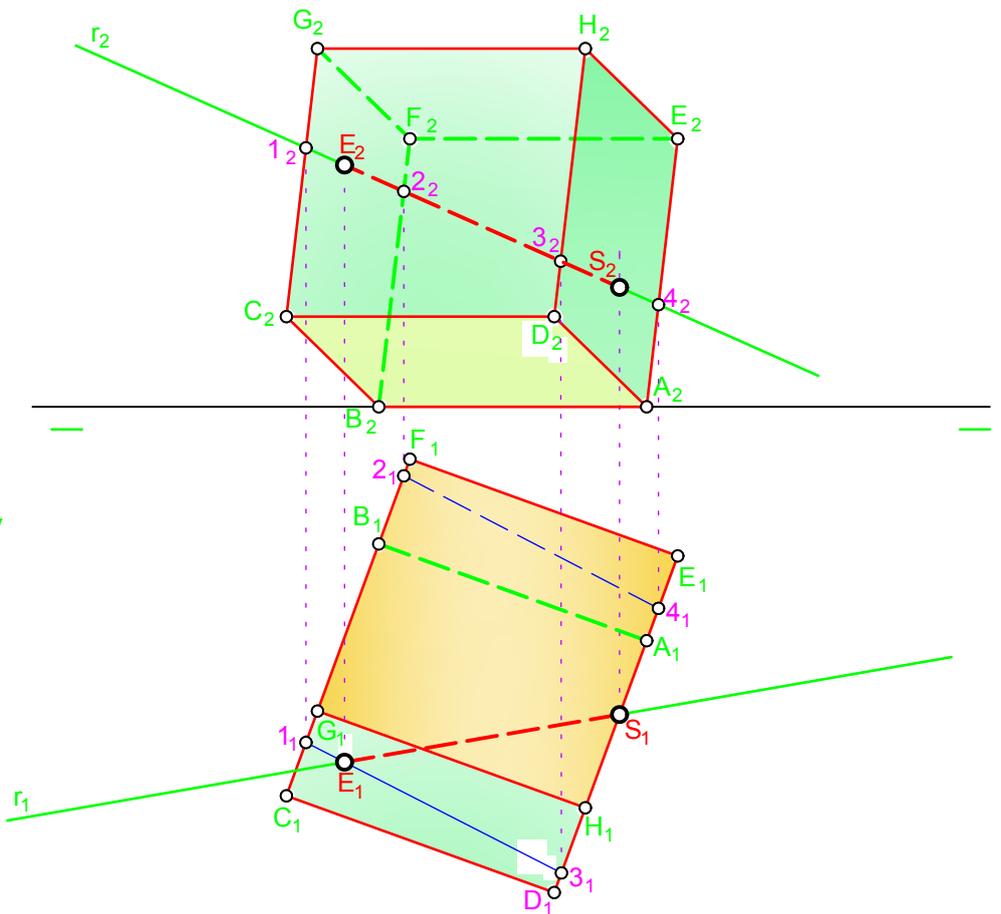
1. Como se ha dicho, en este caso, solo se necesita la traza horizontal. Para determinarla necesitamos, dos trazas horizontales de dos rectas, una la dada y la otra, la recta,  $s$ , definida por el vértice,  $V$ , del cono y paralela a la recta dada.
2. Se determinan las dos trazas horizontales,  $H_r$  y  $H_s$ , de las rectas, cuyas proyecciones horizontales,  $H_{s1}$  y  $H_{r1}$ , se unen; teniendo así la traza horizontal,  $\alpha_1$ , del plano seccionador.
3. Esta traza horizontal,  $\alpha_1$ , corta a la base del cono en las proyecciones,  $K_1$  y  $L_1$ , de los puntos,  $K$  y  $L$ .
4. Se un  $K_1$  y  $L_1$  con  $V_1$ , cortando a,  $r_1$ , en las proyecciones horizontales de los puntos intersección buscados,  $E_1$  y  $S_1$ . Las verticales se obtienen como siempre. Ya tenemos los puntos de entrada y salida.

Esperemos que en una temporada, se tranquilicen en el pueblo y no la emprendan con más obras de arte.

#### NOTAS:

- a. Se han determinado también las trazas verticales de las rectas, así como la traza vertical del plano, para que se visualice mejor el proceso, aunque como ya se ha dicho no es necesario.
- b. En caso de tratarse de una pirámide, el proceso es similar, aunque también se puede utilizar el general descrito en el ejercicio anterior.
- c. Si se trata de un cilindro, el plano seccionador, conviene que sea paralelo a las generatrices, para que la sección sea un rectángulo o un romboide, en caso de cilindro oblicuo; en los demás cuerpos de revolución hay que seccionarlo con proyectantes y armarse de paciencia para obtener la sección.

En la dirección de la recta,  $r$ , se ha efectuado un disparo, que ha debido de atravesar el monumento minimalista cúbico, del artista John Smith, pero no encuentran los puntos de impacto en el monumento, aunque saben que ha debido atravesarlo, porque un viandante que paseaba a su perro, ha resultado herido. A la policía, se les ha estropeado el láser, y tienen que conocer el punto de entrada y salida de la bala, para poder establecer la trayectoria, y así saber más o menos desde que punto se pudo disparar. Ayudales y determina los puntos de intersección con el monumento.



Ante el atentado al monumento cúbico, el alcalde ha decidido sustituirlo por otra escultura minimalista, un cono macizo. Pero se ve que hay gente que no le ha gustado nada la idea, y han vuelto a atentar. Disparando nuevamente en la dirección de la recta,  $r$ . Se ha personado en la escena del atentado, Plinio, policía muy perspicaz, pero que necesita de nuevo tu ayuda, sigue sin el láser, para determinar los puntos de entrada y salida, que se sabe que los tiene que haber, pues esta vez le han dado a una chocolatería, no ha habido heridos, sólo el susto.

Esta visto que no se va a poder pasear por la plaza.

figura 1

2009-2010



## Intersección Recta -- Cuerpos

CURSO

BT 2.39

El problema de intersección de rectas con cuerpos, está relacionados con las secciones de éstos por un plano, en general proyectante. Pues el proceso se reduce al igual que la intersección de recta con plano en:

- Hacer contener a la recta, en general, en un proyectante.
- Este proyectante corta al cuerpo, dando una sección, poligonal o curvilínea, que corta a la recta en los puntos de intersección entre la recta dada y el cuerpo.

Veamos la aplicación con el presente ejercicio:

1. La recta se hace contener en un proyectante vertical, ni dibujado ni nombrado, no hace falta.
2. En este caso los puntos sección con el cuerpo, se obtienen por intersección de la traza vertical, en nuestro caso la proyección vertical,  $r_2$ , dando la poligonal 1234.
3. La proyección horizontal de la poligonal, corta a la proyección horizontal de la recta,  $r$ , en el punto  $E(E_1, E_2)$  (entrada).
4. El de salida  $S(S_1, S_2)$ , al ser la cara AEHD proyectante horizontal, nos lo da al cortar,  $r_1$ , a dicha cara en la proyección horizontal.

De esta manera hemos obtenido los puntos de entrada y salida de la bala.

En el caso de cuerpos de revolución sencillos, conos, cilindros, etc, conviene que el plano no sea un proyectante, pues la intersección con ellos nos da, curvas cónicas, de más difícil obtención y mayor imprecisión a la hora de obtener los puntos de intersección entre la recta y el cuerpo.

Veamos el proceso a seguir, según el esquema de la figura 1:

- Si al cono se le corta por un plano que contenga el vértice,  $V$ , la sección que se produce es un triángulo LKV, definido por la intersección de la traza horizontal del plano con la base del cono, y el vértice,  $V$ , del cono, siendo los puntos de intersección, los obtenidos por el corte de los lados del triángulo, con la recta dada.
- En general con la traza horizontal es suficiente, cuando el cono está apoyado en el PH.

Veamos como aplicar lo dicho a nuestro caso:

1. Como se ha dicho, en este caso, solo se necesita la traza horizontal. Para determinarla necesitamos, dos trazas horizontales de dos rectas, una la dada y la otra, la recta,  $s$ , definida por el vértice,  $V$ , del cono y paralela a la recta dada.
2. Se determinan las dos trazas horizontales,  $H_r$  y  $H_s$ , de las rectas, cuyas proyecciones horizontales,  $H_{s1}$  y  $H_{r1}$ , se unen; teniendo así la traza horizontal,  $\alpha_1$ , del plano seccionador.
3. Esta traza horizontal,  $\alpha_1$ , corta a la base del cono en las proyecciones,  $K_1$  y  $L_1$ , de los puntos,  $K$  y  $L$ .
4. Se un  $K_1$  y  $L_1$  con  $V_1$ , cortando a,  $r_1$ , en las proyecciones horizontales de los puntos intersección buscados,  $E_1$  y  $S_1$ . Las verticales se obtienen como siempre. Ya tenemos los puntos de entrada y salida.

Esperemos que en una temporada, se tranquilicen en el pueblo y no la emprendan con más obras de arte.

#### NOTAS:

- a. Se han determinado también las trazas verticales de las rectas, así como la traza vertical del plano, para que se visualice mejor el proceso, aunque como ya se ha dicho no es necesario.
- b. En caso de tratarse de una pirámide, el proceso es similar, aunque también se puede utilizar el general descrito en el ejercicio anterior.
- c. Si se trata de un cilindro, el plano seccionador, conviene que sea paralelo a las generatrices, para que la sección sea un rectángulo o un romboide, en caso de cilindro oblicuo; en los demás cuerpos de revolución hay que seccionarlo con proyectantes y armarse de paciencia para obtener la sección.