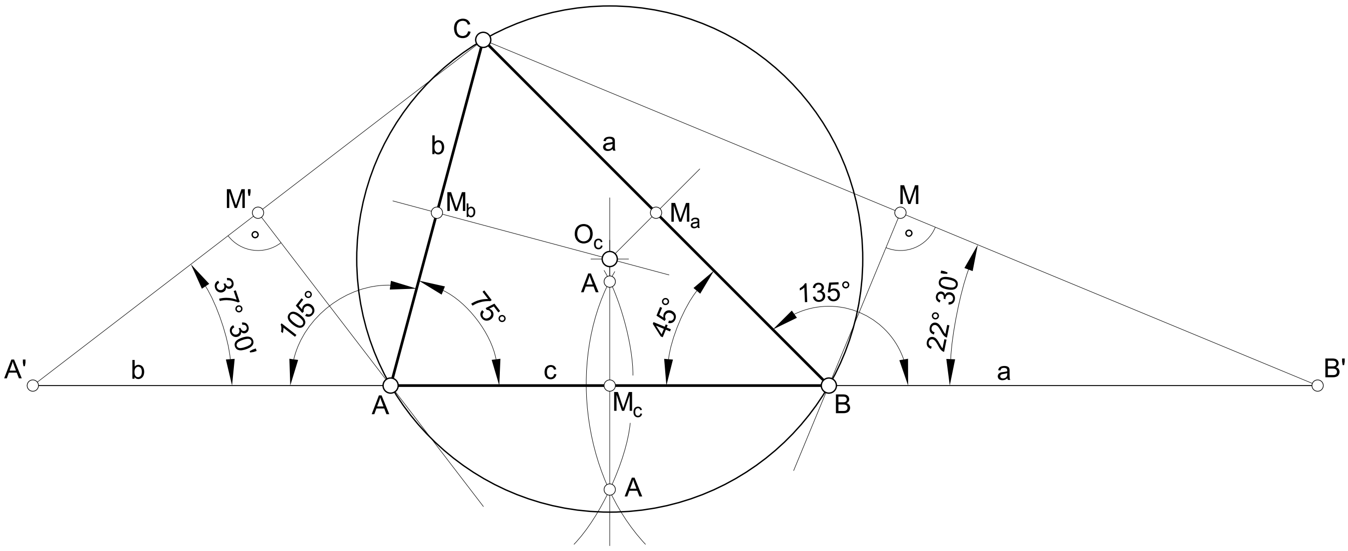
7 - Determinar el circuncentro de un triángulo conocidos: el ángulo A = 75º, él B = 45º y la suma de los tres lados a + b + c = 170 mm.



Supongamos que tenemos la solución, es decir el triángulo ABC, realicemos las siguientes transformaciones:

A. Si se prolonga el lado c, por ambos extremos, y llevamos, por ejemplo a la derecha del vértice B el lado a, obtenemos el punto B', resultando que el triángulo CBB' es isósceles, pues tiene dos lados iguales, los a, por lo que si se dibuja la mediatriz del segmento CB', ésta coincide con el vértice B.

B. El ángulo en el vértice B' vale 22º 30', pues el ángulo del vértice B del triángulo CBB' vale 135º, por ser suplementario del de 45º y como el triángulo es isósceles, resulta el valor dicho antes.

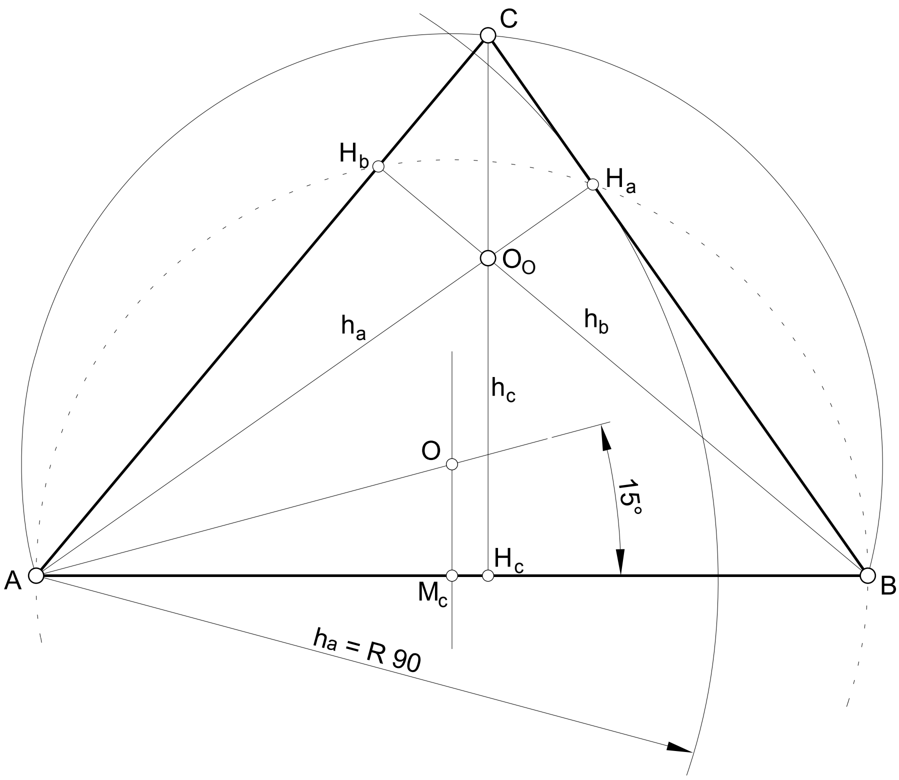
C. Si ahora se prolonga por la izquierda el lado AB, llevando el lado b, se obtiene el triángulo A'AC, que también es isósceles, y al que podemos aplicar el razonamiento visto para el triángulo CBB', resultando en este caso que el ángulo A' vale 37º 30'.

De todo esto tenemos que el problema inicial, lo hemos transformado en el " *dibujar el triángulo del que se conoce el lado A'B' = 170 mm (suma de los tres lados) y sus ángulos adyacentes de 37º 30' y 22º 30'* ".

El proceso ahora es:

1. Se dibuja el segmento de A'B' = 170 mm.
2. Por el vértice A' se dibuja el ángulo de 37º 30' y por él B' el ángulo de 22º 30', cuyos lados se cortan en el vértice C.
3. Se dibujan las mediatrices de los lados A'C y CB', que cortan al lado A'B' en los vértice A y B respectivamente, obteniendo así el triángulo ABC buscado.
4. Para dibujar el circuncentro Oc, se dibujan las mediatrices de los lados del triángulo ABC, que se cortan en el punto buscado. Solo queda comprobar que dicho que la circunferencia de centro O_c y radio, por ejemplo, O_cA pasa por los tres vértices del triángulo.

8 - Dibujar el ortocentro del triángulo del que se conoce: el lado c = 110 mm, el ángulo opuesto a este C = 75º y la altura correspondiente al lado a, h_a = 90 mm.



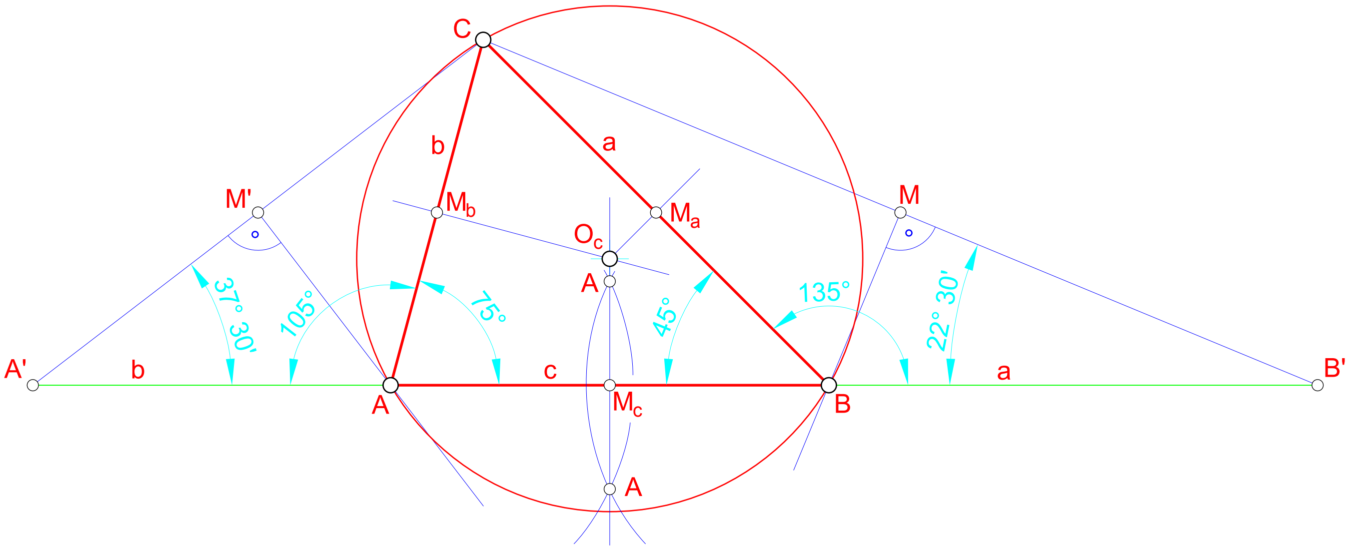
El proceso para este problema es el siguiente:

1. Se dibuja el arco capaz del ángulo de 75º respecto del lado AB = c = 110 mm, para ello …
2. Se dibuja la mediatriz del lado AB.
3. Por el vértice A se dibuja el ángulo complementario del ángulo dado, es decir, el ángulo de 15º, cuyo lado corta a la mediatriz en el centro O del arco capaz, que se dibuja, haciendo centro en él y con radio OA.

Teniendo en cuenta que cada lado de un triángulo es perpendicular a su altura, esto equivale a decir que cada lado es tangente a la circunferencia de centro el vértice opuesto y de radio la altura correspondiente a dicho lado; en el caso presente, los pasos a seguir son:

4. Se dibuja un arco de centro A y radio h_a = 90 mm.
5. Se dibuja la recta tangente al arco anterior desde el vértice B, que corta al arco capaz en el vértice C, con lo se completa el triángulo pedido. En este caso el punto de tangencia es el pie de la altura H_a.
6. Se dibujan las tres alturas, que al cortarse nos dan el ortocentro O_o.

7 - Determinar el circuncentro de un triángulo conocidos: el ángulo A = 75º, él B = 45º y la suma de los tres lados a + b + c = 170 mm.



Supongamos que tenemos la solución, es decir el triángulo ABC, realicemos las siguientes transformaciones:

A. Si se prolonga el lado c, por ambos extremos, y llevamos, por ejemplo a la derecha del vértice B el lado a, obtenemos el punto B', resultando que el triángulo CBB' es isósceles, pues tiene dos lados iguales, los a, por lo que si se dibuja la mediatriz del segmento CB', ésta coincide con el vértice B.

B. El ángulo en el vértice B' vale 22º 30', pues el ángulo del vértice B del triángulo CBB' vale 135º, por ser suplementario del de 45º y como el triángulo es isósceles, resulta el valor dicho antes.

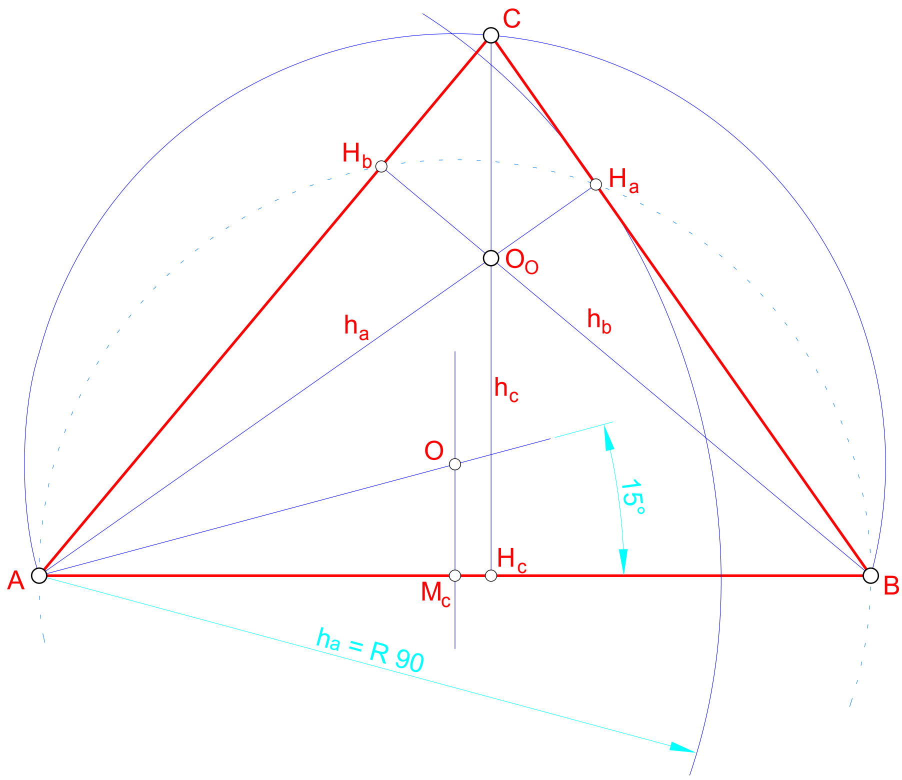
C. Si ahora se prolonga por la izquierda el lado AB, llevando el lado b, se obtiene el triángulo A'AC, que también es isósceles, y al que podemos aplicar el razonamiento visto para el triángulo CBB', resultando en este caso que el ángulo A' vale 37º 30'.

De todo esto tenemos que el problema inicial, lo hemos transformado en el " *dibujar el triángulo del que se conoce el lado A'B' = 170 mm (suma de los tres lados) y sus ángulos adyacentes de 37º 30' y 22º 30'* ".

El proceso ahora es:

1. Se dibuja el segmento de A'B' = 170 mm.
2. Por el vértice A' se dibuja el ángulo de 37º 30' y por él B' el ángulo de 22º 30', cuyos lados se cortan en el vértice C.
3. Se dibujan las mediatrices de los lados A'C y CB', que cortan al lado A'B' en los vértice A y B respectivamente, obteniendo así el triángulo ABC buscado.
4. Para dibujar el circuncentro Oc, se dibujan las mediatrices de los lados del triángulo ABC, que se cortan en el punto buscado. Solo queda comprobar que dicho que la circunferencia de centro O_c y radio, por ejemplo, O_cA pasa por los tres vértices del triángulo.

8 - Dibujar el ortocentro del triángulo del que se conoce: el lado c = 110 mm, el ángulo opuesto a este C = 75º y la altura correspondiente al lado a, h_a = 90 mm.



El proceso para este problema es el siguiente:

1. Se dibuja el arco capaz del ángulo de 75º respecto del lado AB = c = 110 mm, para ello …
2. Se dibuja la mediatriz del lado AB.
3. Por el vértice A se dibuja el ángulo complementario del ángulo dado, es decir, el ángulo de 15º, cuyo lado corta a la mediatriz en el centro O del arco capaz, que se dibuja, haciendo centro en él y con radio OA.

Teniendo en cuenta que cada lado de un triángulo es perpendicular a su altura, esto equivale a decir que cada lado es tangente a la circunferencia de centro el vértice opuesto y de radio la altura correspondiente a dicho lado; en el caso presente, los pasos a seguir son:

4. Se dibuja un arco de centro A y radio h_a = 90 mm.
5. Se dibuja la recta tangente al arco anterior desde el vértice B, que corta al arco capaz en el vértice C, con lo se completa el triángulo pedido. En este caso el punto de tangencia es el pie de la altura H_a.
6. Se dibujan las tres alturas, que al cortarse nos dan el ortocentro O_o.

Lámina 4 - curso 2007-2008	Geométrico-4