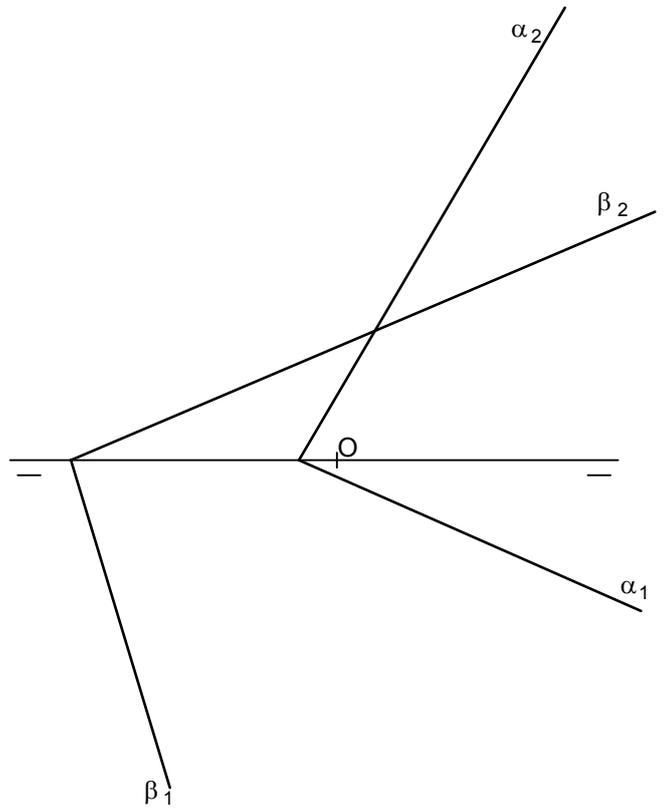
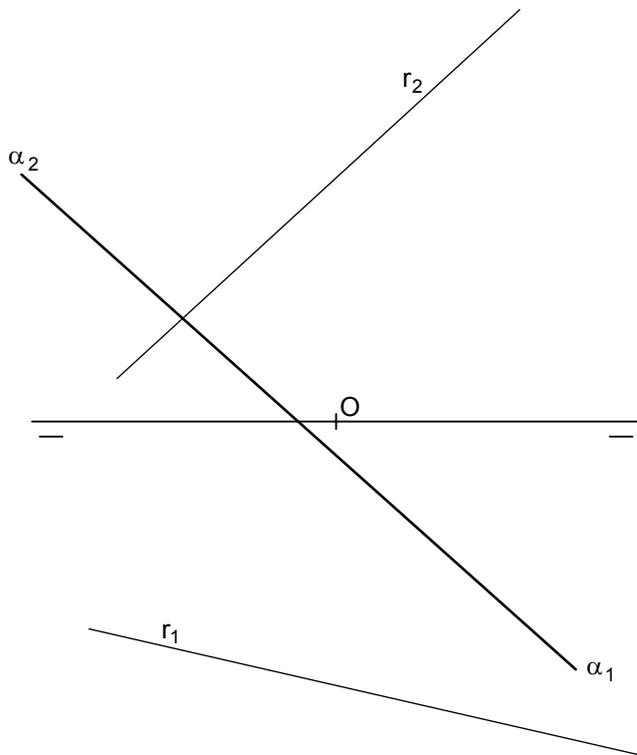


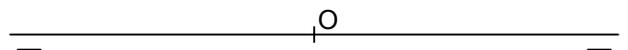
Determinar las dos vigas de refuerzo, necesario para apuntalar el tejado (plano) $\alpha(\infty,40,55)$, sabiendo que los puntos de apoyo son él A y él B. El mayor refuerzo, se consigue cuando las vigas son perpendiculares al tejado que sujetan.



Determinar el camino mínimo que seguirá una bola que desciende desde el punto A(35,5,Y) del plano α y después sigue por el β , hasta llegar al suelo (PH). La bola no revota, ni le hace un agujero al plano β .

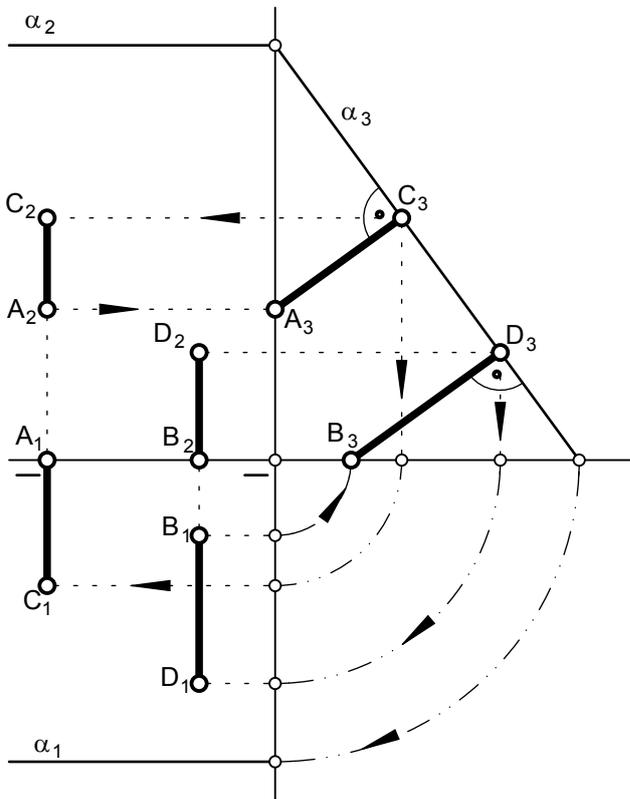


Determinar el camino mínimo que seguirá una hormiga, que baja por la recta r, desde el punto A(25,X,Y) de la recta r y después sigue por el plano α , hasta llegar al PH. La hormiga no vuela ni come planos.

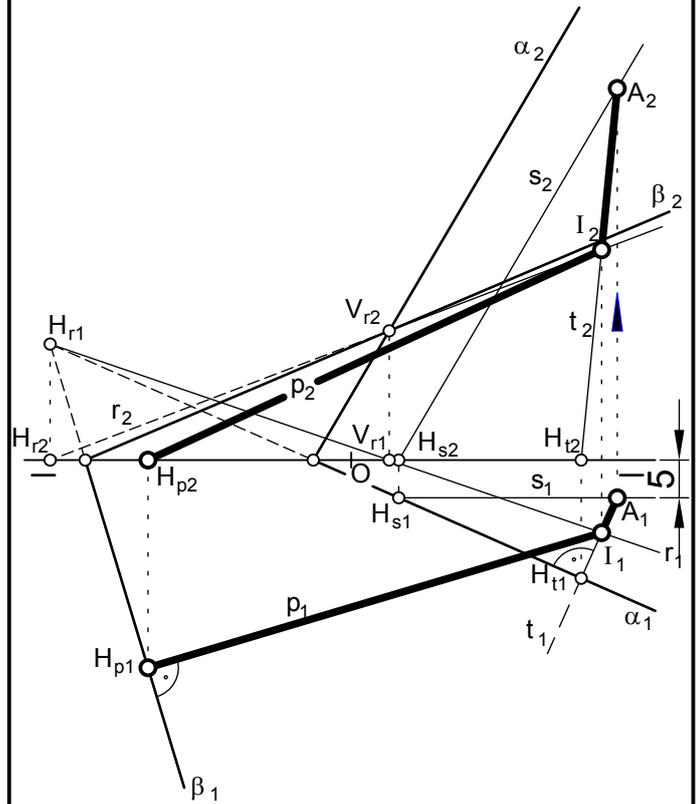


Determinar el volumen encerrado por los planos $\alpha(-35,45,45)$, $\beta(30,35,55)$, él PH y él PV. Dar el resultado en mm^3 y redondear a la décima de milímetro.

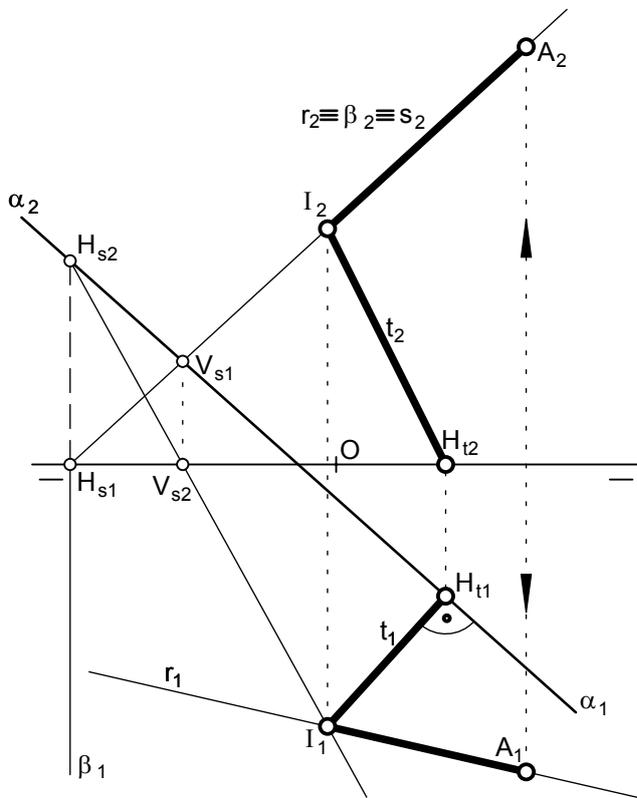




Determinar las dos vigas de refuerzo, necesario para apuntalar el tejado (plano) $\alpha(\infty, 40, 55)$, sabiendo que los puntos de apoyo son el A y el B. El mayor refuerzo, se consigue cuando las vigas son perpendiculares al tejado que sujetan.

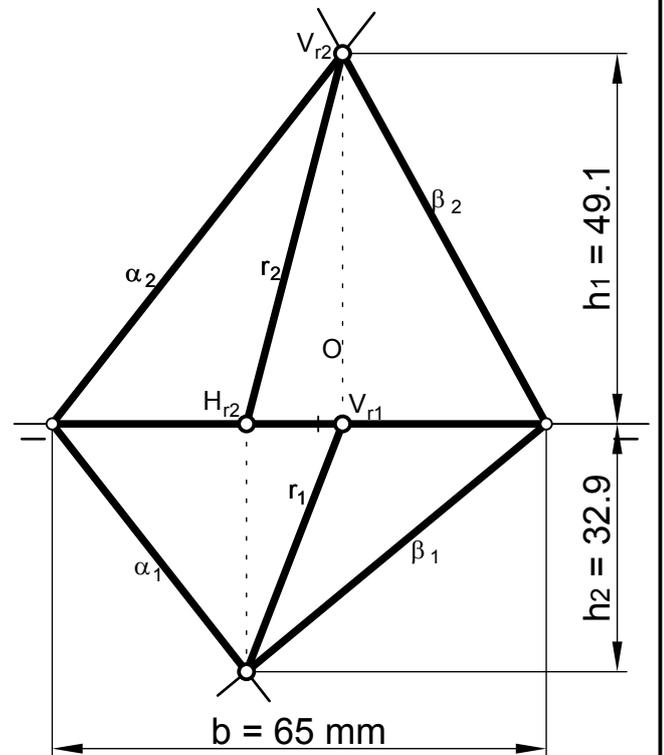


Determinar el camino mínimo que seguirá una bola que desciende desde el punto A(35,5,Y) del plano α y después sigue por el β , hasta llegar al suelo (PH). La bola no revota, ni le hace un agujero al plano β .



Determinar el camino mínimo que seguirá una hormiga, que baja por la recta r , desde el punto A(25,X,Y) de la recta r y después sigue por el plano α , hasta llegar al PH. La hormiga no vuela ni come planos.

$$V = \frac{h_1 \times h_2 \times b}{6} = \frac{49.1 \times 32.9 \times 65}{6} = 17500.06 \text{ mm}^3$$



Determinar el volumen encerrado por los planos $\alpha(-35,45,45)$, $\beta(30,35,55)$, el PH y el PV. Dar el resultado en mm^3 y redondear a la décima de milímetro.



- En este primer ejercicio, tenemos que utilizar la proyección de perfil (PP), pues toda recta perpendicular a un plano paralelo a la LT, es de perfil, y la mejor manera de trabajar con ellas es en la proyección indicada. Veamos los pasos:

 - Se determinan las proyecciones de perfil, tanto del plano α , como de los puntos A y B, que están en el PV y en el PH respectivamente.
 - Desde sus proyecciones de perfil, A_3 y B_3 , se dibujan líneas perpendiculares, por lo indicado en el enunciado, a la traza de perfil α_3 , cortandola en las proyecciones C_3 y D_3 .
 - El proceso para determinar sus proyecciones verticales y horizontales, es el inverso al seguido para determinar las proyecciones de perfil. Seguir las flechas.
- Este segundo ejercicio se basa en lo siguiente: cualquier objeto, que ruede sin rozamiento y mientras no se lo impidan, en caída libre por un plano, sigue el camino más corto posible, que resulta ser la recta de máxima pendiente del plano, en este caso del α . Al interrumpir el descenso el plano β , el camino se ve modificado, por éste, teniendo que desviarse, tomando a partir del punto de intersección, I (Figura 1), entre la recta de máxima pendiente del plano α , con el β , la recta, r, de máxima pendiente de éste último plano, hasta llegar al suelo (PH). Resumiendo, tenemos una intersección de planos, pues el punto de intersección I, se obtiene al cortar la recta de máxima pendiente del plano α , a la recta de intersección entre los planos dados. Veamos los pasos:

 - Se determina la posición del punto A, por sus coordenadas. Como conocemos el alejamiento de 5 mm, se dibuja una recta horizontal, s, cuya proyección horizontal, s_1 , diste de la LT, 5 mm. Obteniendo a partir del perfil de 35 mm, las proyecciones vertical y horizontal.
 - Por la proyección horizontal, A_1 , se dibuja una línea perpendicular a α_1 , obteniendo la proyección horizontal, t_1 , de la recta de máxima pendiente del plano α . A partir de la proyección vertical de su traza horizontal, que se une con A_2 , tenemos la proyección vertical, t_2 , de la recta t.
 - Ahora por el procedimiento de siempre, intersección de las trazas homónimas de los planos, se obtiene la recta r. Esta recta corta a la t, en el punto I, el del cambio de dirección.
 - A partir del punto I, se dibuja la recta de máxima pendiente, p, del plano b, obteniendo las proyecciones de la traza horizontal, H_{p1} y H_{p2} .
 - Ya tenemos las proyecciones del camino mínimo seguido por la bola: en proyección vertical la poligonal $A_2I_2H_{p2}$ y en proyección horizontal la $A_1I_1H_{p1}$.
- Este tercer ejercicio es similar al segundo, pero en este caso comienza por el punto A (Figura 2) de la recta r, teniendo que cambiar la hormiga el camino, por causa del plano α , luego aquí tenemos una intersección de plano, el α , con recta, la r. Veamos el proceso:

 - Se sitúa por su coordenada, 25 mm, de perfil el punto A en la recta r.
 - Se determina, con ayuda del plano proyectante vertical, β , la intersección del plano α , con la recta r, obteniendo el punto I.
 - A partir del punto anterior, se dibuja la recta, t, de máxima pendiente del plano α , hasta llegar al PH.
 - Ya tenemos las proyecciones del camino mínimo seguido por la bola: en proyección vertical la poligonal $A_2I_2H_2$ y en proyección horizontal $A_1I_1H_1$.
- En este cuarto caso, se obtiene una pirámide irregular de base triangular. Los elementos geométricos para obtener su volumen son:

 - La altura de la pirámide h_1 , es la cota de la traza vertical V_r , de la recta intersección, r, entre los planos dados, α y β .
 - La base limitada por las trazas horizontales de los planos y la LT, siendo su altura, h_2 , el alejamiento de la traza horizontal de la recta intersección de los planos, y su base, b, la distancia entre los vértices de los planos.
 - Haciendo cálculos matemáticos, se obtiene el resultado indicado en la figura.

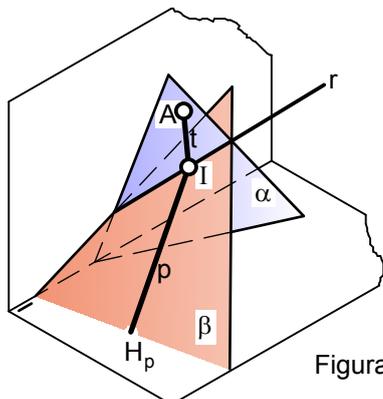


Figura 1

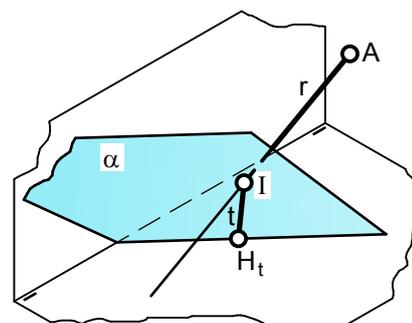
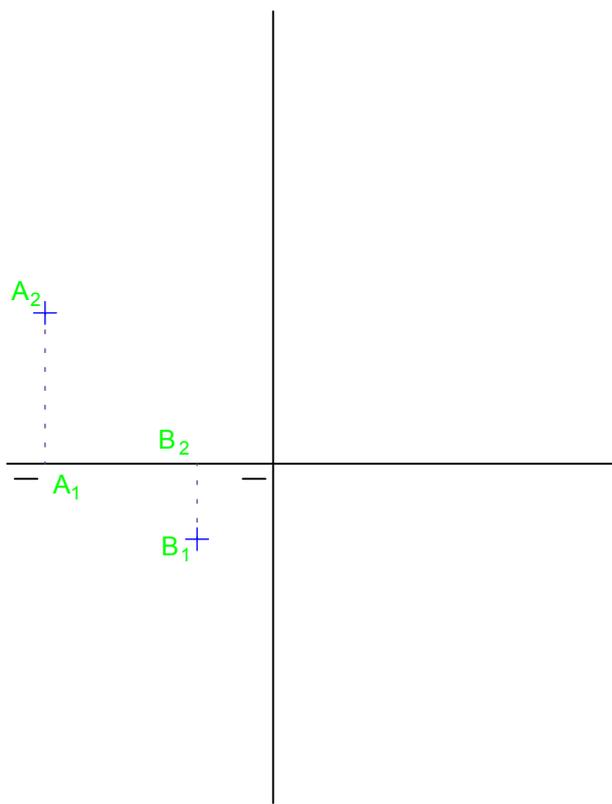
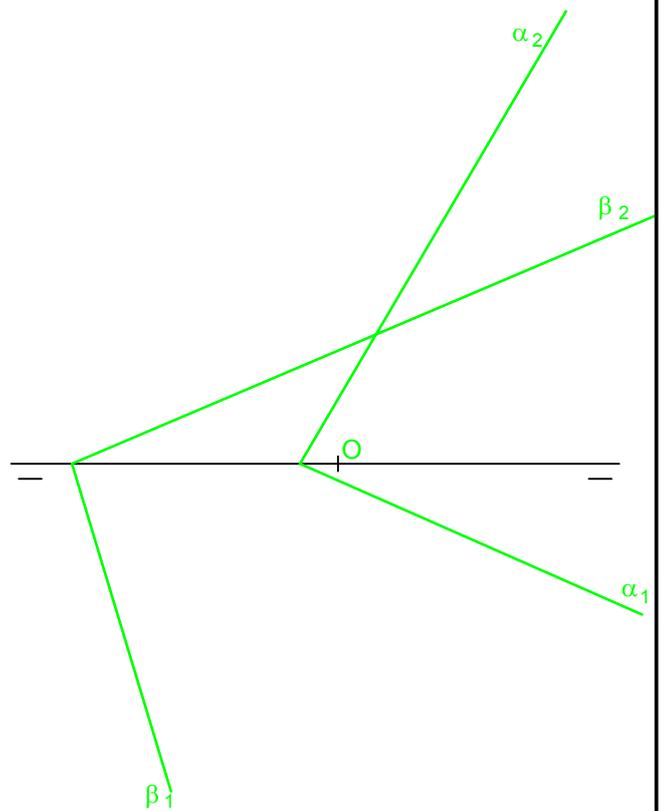


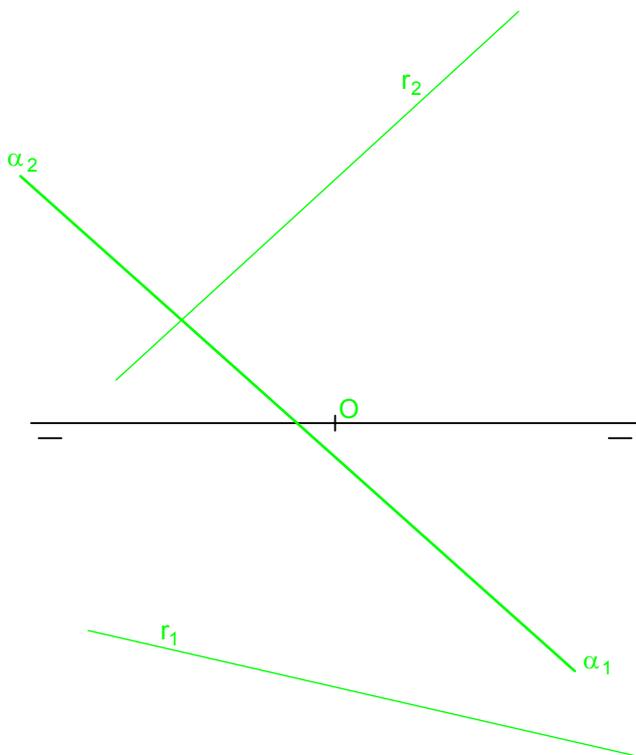
Figura 2



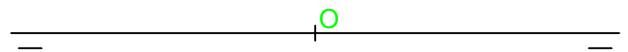
Determinar las dos vigas de refuerzo, necesario para apuntalar el tejado (plano) $\alpha(\infty,40,55)$, sabiendo que los puntos de apoyo son él A y él B. El mayor refuerzo, se consigue cuando las vigas son perpendiculares al tejado que sujetan.



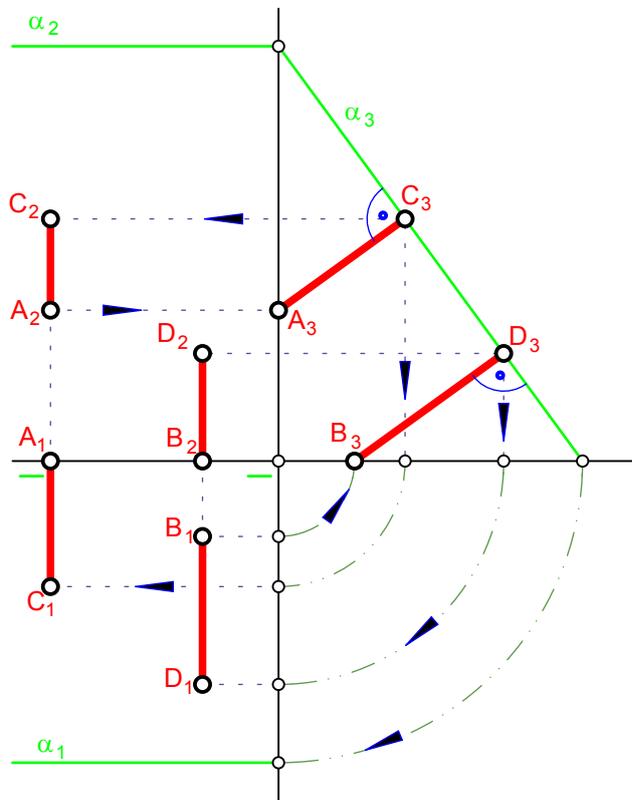
Determinar el camino mínimo que seguirá una bola que desciende desde el punto A(35,5,Y) del plano α y después sigue por el β , hasta llegar al suelo (PH). La bola no revota, ni le hace un agujero al plano β .



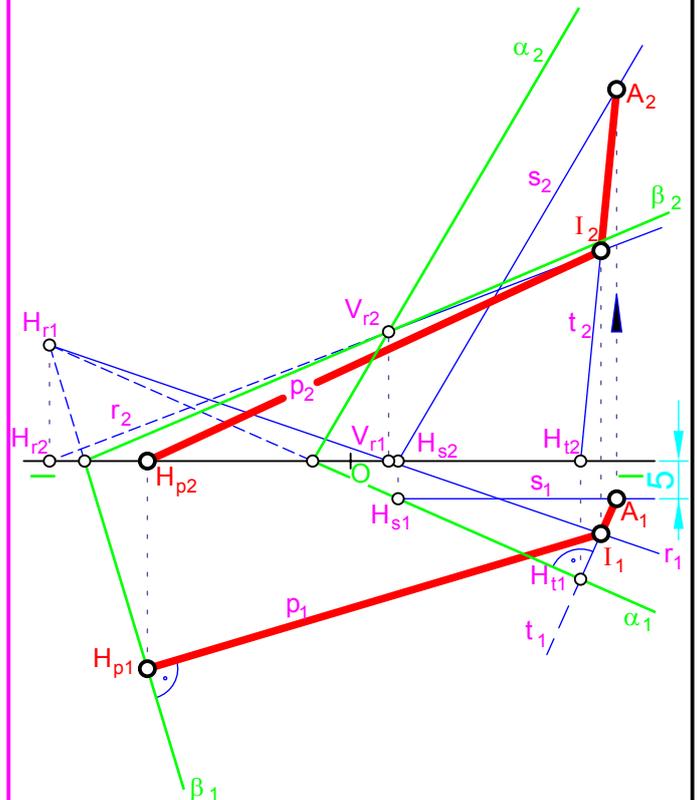
Determinar el camino mínimo que seguirá una hormiga, que baja por la recta r, desde el punto A(25,X,Y) de la recta r y después sigue por el plano α , hasta llegar al PH. La hormiga no vuela ni come planos.



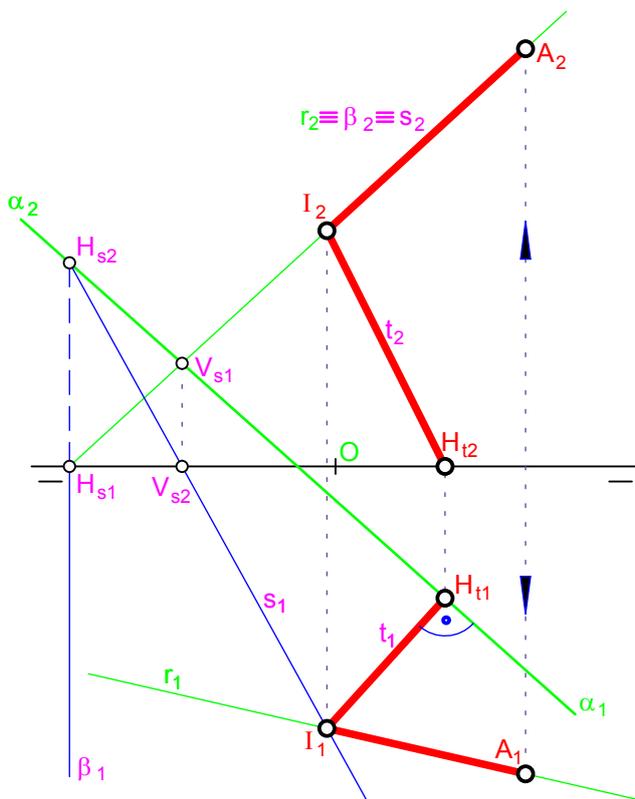
Determinar el volumen encerrado por los planos $\alpha(-35,45,45)$, $\beta(30,35,55)$, él PH y él PV. Dar el resultado en mm^3 y redondear a la décima de milímetro.



Determinar las dos vigas de refuerzo, necesario para apuntalar el tejado (plano) $\alpha(\infty, 40, 55)$, sabiendo que los puntos de apoyo son el A y el B. El mayor refuerzo, se consigue cuando las vigas son perpendiculares al tejado que sujetan.

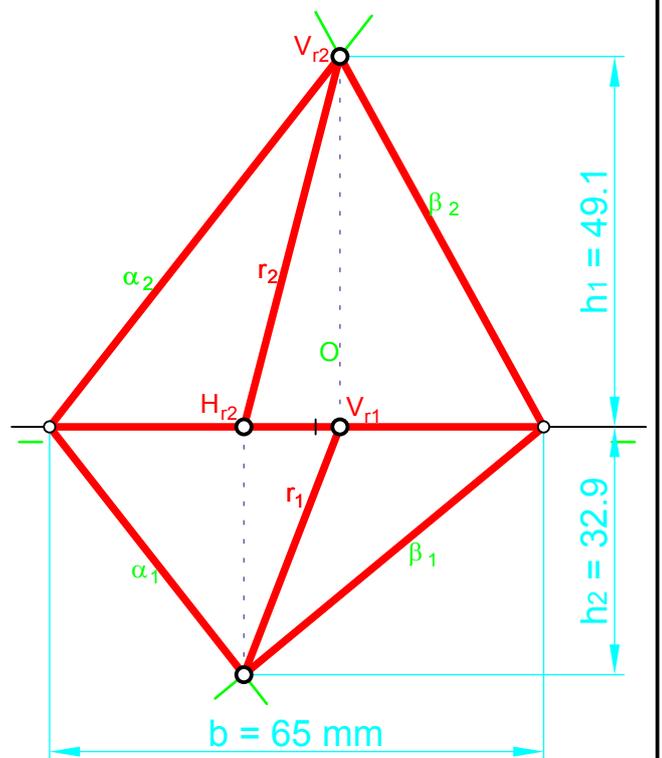


Determinar el camino mínimo que seguirá una bola que desciende desde el punto A(35,5,Y) del plano α y después sigue por el β , hasta llegar al suelo (PH). La bola no revota, ni le hace un agujero al plano β .



Determinar el camino mínimo que seguirá una hormiga, que baja por la recta r , desde el punto A(25,X,Y) de la recta r y después sigue por el plano α , hasta llegar al PH. La hormiga no vuela ni come planos.

$$V = \frac{h_1 \times h_2 \times b}{6} = \frac{49.1 \times 32.9 \times 65}{6} = 17500.06 \text{ mm}^3$$



Determinar el volumen encerrado por los planos $\alpha(-35, 45, 45)$, $\beta(30, 35, 55)$, el PH y el PV. Dar el resultado en mm^3 y redondear a la décima de milímetro.

- En este primer ejercicio, tenemos que utilizar la proyección de perfil (PP), pues toda recta perpendicular a un plano paralelo a la LT, es de perfil, y la mejor manera de trabajar con ellas es en la proyección indicada. Veamos los pasos:

 - Se determinan las proyecciones de perfil, tanto del plano α , como de los puntos A y B, que están en el PV y en el PH respectivamente.
 - Desde sus proyecciones de perfil, A_3 y B_3 , se dibujan líneas perpendiculares, por lo indicado en el enunciado, a la traza de perfil α_3 , cortandola en las proyecciones C_3 y D_3 .
 - El proceso para determinar sus proyecciones verticales y horizontales, es el inverso al seguido para determinar las proyecciones de perfil. Seguir las flechas.
- Este segundo ejercicio se basa en lo siguiente: cualquier objeto, que ruede sin rozamiento y mientras no se lo impidan, en caída libre por un plano, sigue el camino más corto posible, que resulta ser la recta de máxima pendiente del plano, en este caso del α . Al interrumpir el descenso el plano β , el camino se ve modificado, por éste, teniendo que desviarse, tomando a partir del punto de intersección, I (Figura 1), entre la recta de máxima pendiente del plano α , con el β , la recta, r, de máxima pendiente de éste último plano, hasta llegar al suelo (PH). Resumiendo, tenemos una intersección de planos, pues el punto de intersección I, se obtiene al cortar la recta de máxima pendiente del plano α , a la recta de intersección entre los planos dados. Veamos los pasos:

 - Se determina la posición del punto A, por sus coordenadas. Como conocemos el alejamiento de 5 mm, se dibuja una recta horizontal, s, cuya proyección horizontal, s_1 , diste de la LT, 5 mm. Obteniendo a partir del perfil de 35 mm, las proyecciones vertical y horizontal.
 - Por la proyección horizontal, A_1 , se dibuja una línea perpendicular a α_1 , obteniendo la proyección horizontal, t_1 , de la recta de máxima pendiente del plano α . A partir de la proyección vertical de su traza horizontal, que se une con A_2 , tenemos la proyección vertical, t_2 , de la recta t.
 - Ahora por el procedimiento de siempre, intersección de las trazas homónimas de los planos, se obtiene la recta r. Esta recta corta a la t, en el punto I, el del cambio de dirección.
 - A partir del punto I, se dibuja la recta de máxima pendiente, p, del plano b, obteniendo las proyecciones de la traza horizontal, H_{p1} y H_{p2} .
 - Ya tenemos las proyecciones del camino mínimo seguido por la bola: en proyección vertical la poligonal $A_2I_2H_{p2}$ y en proyección horizontal la $A_1I_1H_{p1}$.
- Este tercer ejercicio es similar al segundo, pero en este caso comienza por el punto A (Figura 2) de la recta r, teniendo que cambiar la hormiga el camino, por causa del plano α , luego aquí tenemos una intersección de plano, el α , con recta, la r. Veamos el proceso:

 - Se sitúa por su coordenada, 25 mm, de perfil el punto A en la recta r.
 - Se determina, con ayuda del plano proyectante vertical, β , la intersección del plano α , con la recta r, obteniendo el punto I.
 - A partir del punto anterior, se dibuja la recta, t, de máxima pendiente del plano α , hasta llegar al PH.
 - Ya tenemos las proyecciones del camino mínimo seguido por la bola: en proyección vertical la poligonal $A_2I_2H_2$ y en proyección horizontal $A_1I_1H_1$.
- En este cuarto caso, se obtiene una pirámide irregular de base triangular. Los elementos geométricos para obtener su volumen son:

 - La altura de la pirámide h_1 , es la cota de la traza vertical V_r , de la recta intersección, r, entre los planos dados, α y β .
 - La base limitada por las trazas horizontales de los planos y la LT, siendo su altura, h_2 , el alejamiento de la traza horizontal de la recta intersección de los planos, y su base, b, la distancia entre los vértices de los planos.
 - Haciendo cálculos matemáticos, se obtiene el resultado indicado en la figura.

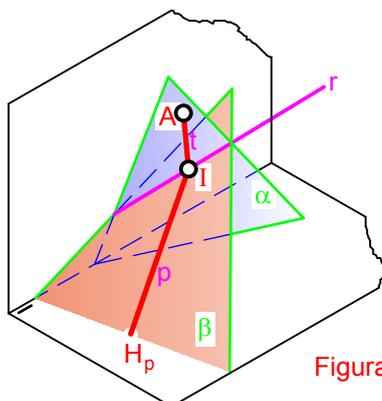


Figura 1

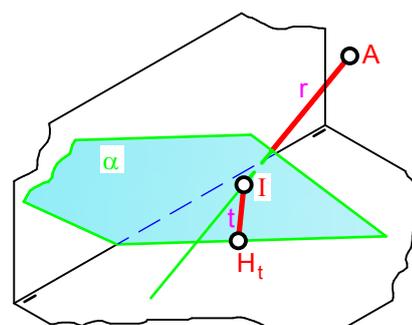


Figura 2