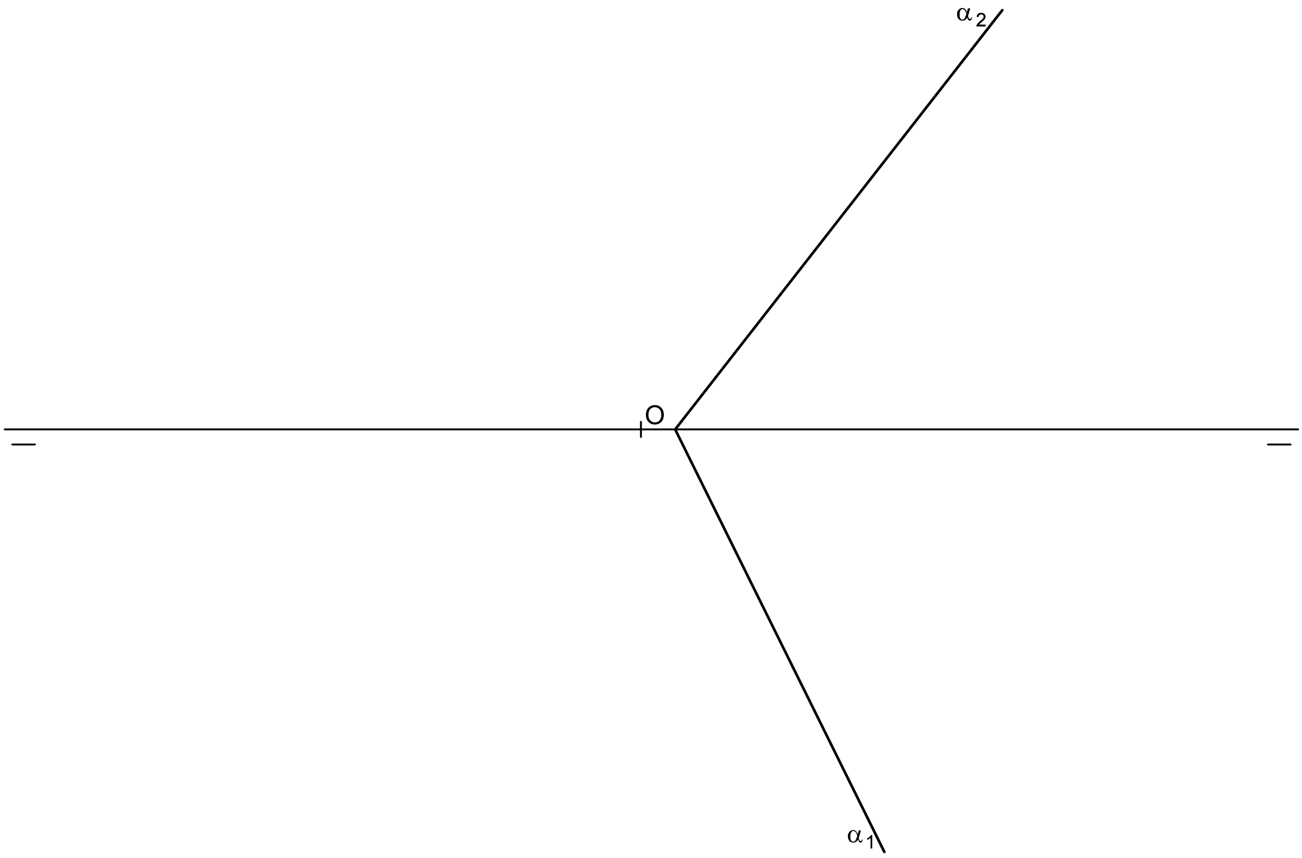
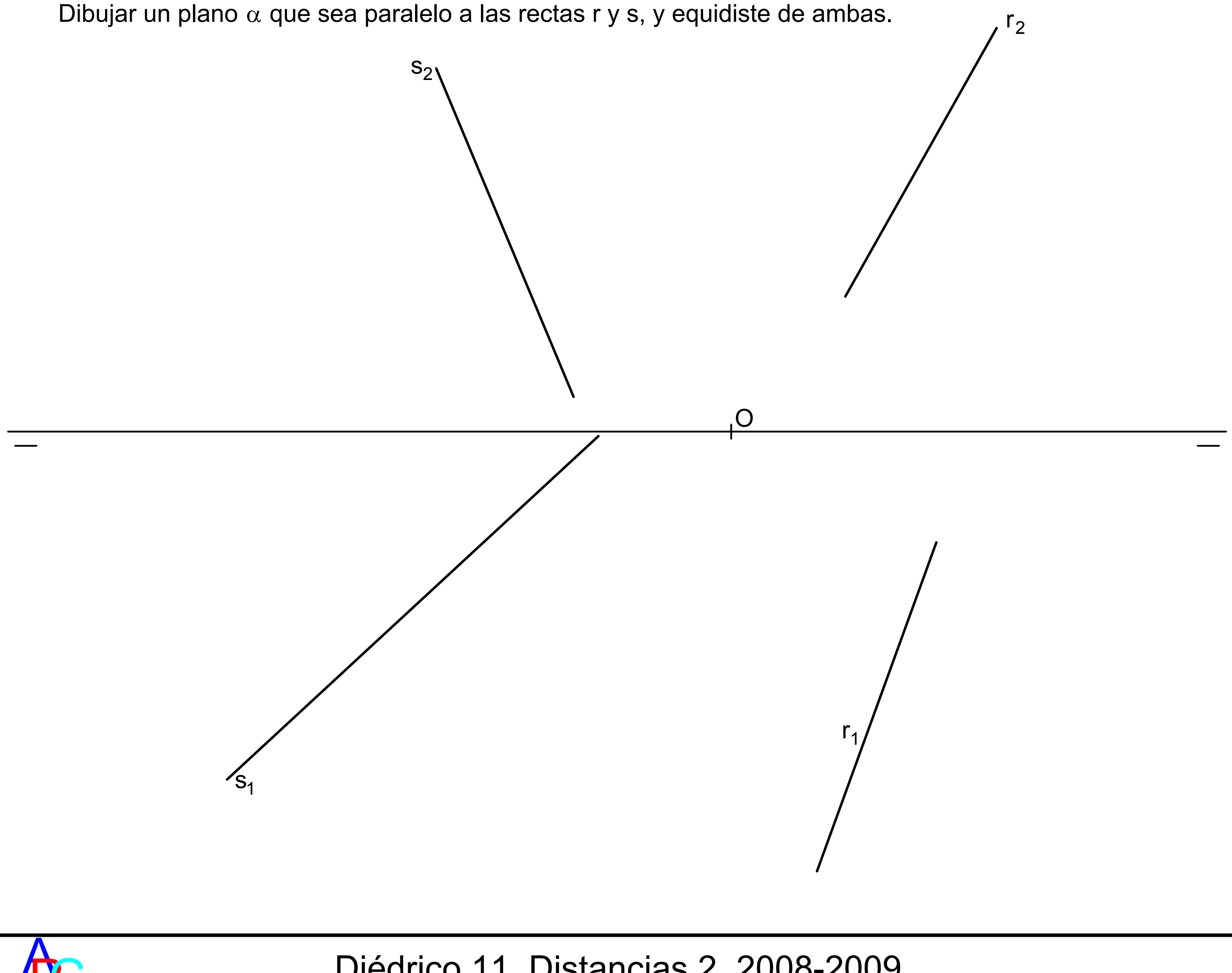
Dibujar un plano β, que sea paralelo del α, una distancia de 51 mm por la izquierda. En el plano β situar un punto que diste del PV 45 mm y del PH 34 mm.

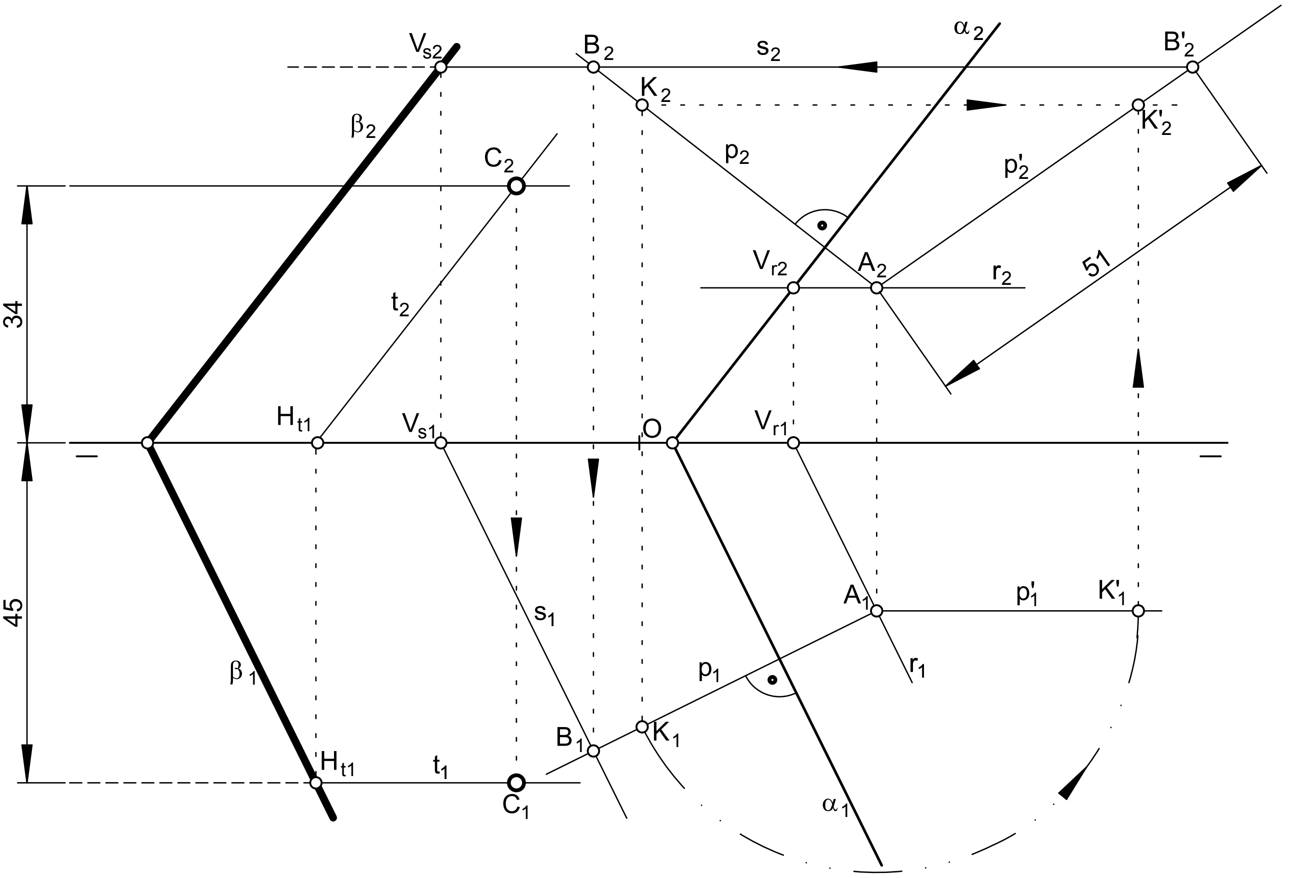


Dibujar un plano α que sea paralelo a las rectas r y s, y equidiste de ambas.

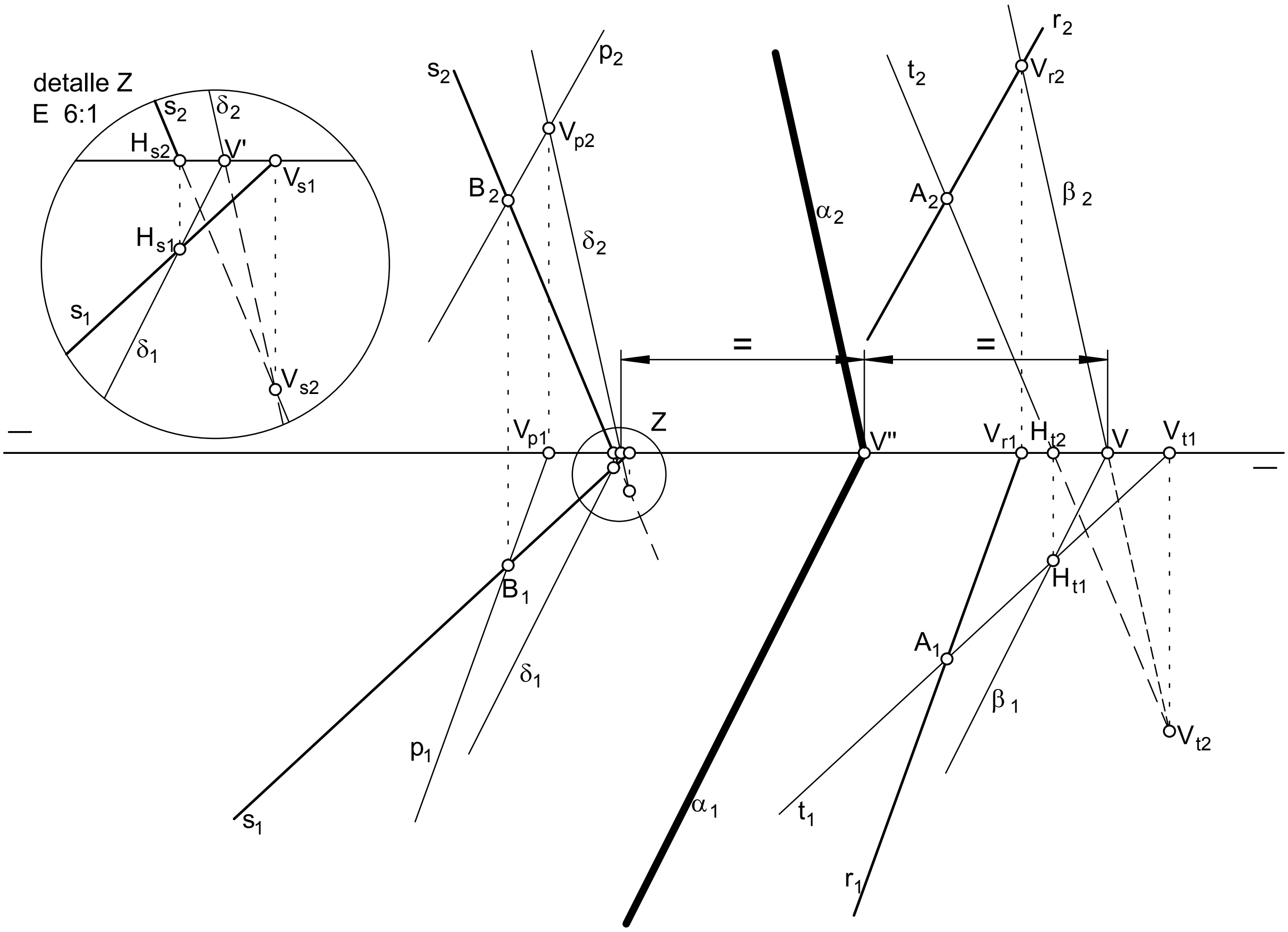


Diédrico 11. Distancias 2. 2008-2009

Dibujar un plano β, que sea paralelo del α, una distancia de 51 mm por la izquierda. En el plano β situar un punto que diste del PV 45 mm y del PH 34 mm.



Dibujar un plano α que sea paralelo a las rectas r y s, y equidiste de ambas.



Diédrico 11. Distancias 2. 2008-2009

1º ejercicio.

Este ejercicio tiene dos partes: dibujar el plano, β, paralelo al α y situar en él un punto.

Aunque el ejercicio, de entrada, puede parecer complicado, si lo separamos en construcciones parciales, resulta más sencillo. Veamos cuales son éstas, en lo que se refiere a la primera parte:

- Hay que situar un punto que diste del plano dado la distancia de 51 mm (ver la chuleta 15, puesta en la sección de DIBUJO TÉCNICO de este departamento).
- Por el punto anterior, hay que dibujar el plano paralelo al dado (ver la chuleta 9). Ésta última construcción está basada en el principio que dice: " *Dos planos, en general, son paralelos cuando sus trazas homónimas, horizontal y vertical, son paralelas*".

De lo expuesto tenemos el proceso a seguir: Determinar un punto que diste 51 mm del plano α, y dibujar a continuación, un plano, β, por dicho punto y paralelo al α. Con lo que tenemos el problema resuelto. Veamos pues los pasos a seguir en el Sistema:

Para poder dibujar un punto a una determinada distancia de un plano, 51 mm en nuestro caso, hay que dibujar una recta perpendicular al plano por un punto de éste, por ello ...

1. Se dibuja una recta horizontal cualquiera, r. Cuya proyección horizontal, r_1, es paralela a la traza horizontal α_1.
2. Se toma un punto cualquiera de dicha recta, él $A(A_1,A_2)$ por ejemplo. (recordemos la pertenencia de punto en plano, chuleta 6)
3. Por dicho punto se dibuja la recta, p, perpendicular al plano α, siendo sus proyecciones perpendiculares a las trazas homónimas del plano.

Sobre esta recta hay que llevar la distancia de 51 mm, y hacia la izquierda, para que el plano quede a la izquierda, según el enunciado. El proceso seguido para llevar la distancia, es el de giro con eje vertical (no dibujado), que pasa por el punto A, hasta transformar la recta, p, en una frontal, para ello ...

4. Se toma un punto cualquiera, $K(K_1,K_2)$, de la recta, $p(p_1,p_2)$.
5. Se dibuja por A_1 una línea paralela a la LT, nueva proyección horizontal, p'_1, de la recta p. Esto se hace así, por que una recta frontal tiene su proyección horizontal paralela a la LT.
6. Con centro en A_1 y radio A_1K_1, se describe un arco, que corta a la nueva proyección anterior, p'_1, en la también nueva proyección K'_1.
7. Desde K_2 se dibuja una línea paralela a la LT.
8. Se dibuja desde K'_1 la línea de proyección (perpendicular a la LT), que corta a la paralela anterior en K'_2.
9. Se une K'_2 con A_2, obteniendo la nueva proyección vertical, p'_2, sobre la que se lleva la distancia de 51 mm, obteniendo la proyección vertical, B'_2, del punto B', que dista del A los 51 mm, pero que no está en su posición, no olvidemos que estamos trabajando con la recta p', por ello .. .
10. Deshaciendo el proceso (ver el sentido de las flechas, que es contrario al seguido para obtener K'), es decir, llevando el punto B' a la recta p, se tienen las proyecciones del punto $B(B_1,B_2)$, que dista 51 mm del plano α.

Ahora vamos a dibujar el plano, β ...

11. Por el punto B, se dibuja una recta horizontal, s, cuya proyección horizontal, s_1, es paralela a la traza horizontal, α_1. De esta manera se fuerza el paralelismo de la traza horizontal del plano, β, buscado.
12. Por la proyección vertical de la traza vertical, V_{s2}, se dibuja una línea paralela a la traza vertical, α_2, hasta cortar a la LT en el punto V. Ya tenemos la traza vertical, β_2, del plano buscado.
13. Desde el punto, V, se dibuja una línea paralela a la traza horizontal, α_1. Tenemos así la traza horizontal, β_1, con lo que se completa el plano buscado, β. Primera parte del ejercicio hecha.

La segunda parte, situar el punto, se ha puesto por que parece poco la primera, aunque no tiene relación ninguna con las distancias. Además nos puede servir más adelante. Veamos el proceso a seguir ...

14. Para situar el punto pedido, se dibuja, por ejemplo, una recta frontal, t, del plano, β, cuya proyección horizontal, dista de la LT la distancia de 45 mm; recordemos que la distancia al PV es el alejamiento.
15. Después se dibuja una línea paralela a la LT, por encima, a la distancia de 34 mm (cota del punto), que corta a la proyección vertical t_2, en la proyección vertical, C_2, del punto buscado.
16. Se dibuja la línea de proyección, que corta a la proyección horizontal, t_1, en C_1. Ya tenemos el punto buscado, C. Ejercicio terminado; ¡ahora sí!

Ejercicio 2.

Este ejercicio, puede parecer difícil pero realizando el siguiente análisis se vera que no es.

- Fijemonos en nuestra aula; en el techo, en general, hay tubos fluorescentes, todos dispuestos en una misma dirección y en el suelo, que en general está embaldosado con losas cuadradas, éstas forman un conjunto de líneas. Realizadas estas premisas, sigamos.
- Cualquier plano paralelo al suelo, por ejemplo el tablero de la mesa del profesor, también lo es al techo; es claro que el techo y el suelo son paralelos, si no lo son, por que nuestra aula es especial, pensamos en otra aula, en que si sean paralelos techo y suelo. Hecha esta observación prosigamos.
- El plano (tablero) indicado es paralelo a los tubos fluorescentes y a las líneas del suelo, por que cualquier recta contenida en un plano paralelo a otro, también lo es a éste.
- Ahora imaginemos que solo tenemos el tablero de la mesa, un tubo fluorescente y una línea de las losas, pero que no sea paralela a los tubos fluorescentes. En esta situación si dibujamos por uno de los puntos del tubo fluorescente una línea paralela a la del suelo, tenemos un plano paralelo, definido por ambos elementos, línea y tubo, y que es paralelo al tablero de la mesa.
- Si por un punto de la línea del suelo dibujamos una línea paralela al tubo fluorescente, resulta lo mismo: tenemos un plano paralelo al tablero de la mesa y por supuesto al otro plano donde está el tubo fluorescente.
- Si se mide la distancia entre los dos planos, y se determina su punto medio, podemos coger el tablero de la mesa y ponerlo en ese punto, manteniendo el paralelismo. De esta manera tenemos un plano paralelo al tubo fluorescente y a la línea del suelo, y además equidistante de ellos. Este plano (tablero) es único. Estamos en la situación del enunciado.

Lo dicho en los tres últimos párrafos nos indica el proceso a seguir en el Sistema Diédrico para resolver nuestro ejercicio. Veamos los pasos:

Plano definido por la recta r y una paralela a la s.

1. Se elige un punto, A(A_1,A_2), de una de las rectas, por ejemplo de la, r (tubo).
2. Por dicho punto se pasa la recta, t, paralela a la s (línea del suelo), dibujando por las proyecciones del punto A, las proyecciones paralelas a las homónimas de la recta, s.
3. Se determinan las trazas de las rectas, r y t, para uniendo las homónimas, obtener el plano, □ (techo).
4. En nuestro caso, aunque no tenemos la proyección horizontal, H_{r1}, de la traza horizontal de la recta, r, no es impedimento para dibujar el plano, β, pues se unen las proyecciones verticales, V_{r2} y V_{t2}, de las trazas verticales, dando la traza vertical, β_2. Que corta a la LT en el vértice, V, del plano, que unido con la proyección horizontal, H_{t1}, de la traza horizontal, da la traza horizontal, β_1 del plano buscado.

Cualquier plano paralelo al β, es paralelo a las dos rectas, r y s, dadas.

5. Ahora elegimos un punto cualquiera, B, de la recta s, y se dibuja la recta, p, paralela a la r.
6. Se procede con estas dos rectas, como con las rectas, r y t, para obtener el plano, δ.
7. En este caso como el plano, δ, sabemos que va a ser paralelo al, β, con obtener una sola traza de las rectas, s y p, es suficiente, pues las otras trazas, quedan demasiado juntas (ver detalle Z). En este caso se ha obtenido la traza vertical, V_p, de la recta p.
8. Por la proyección vertical, V_{p2}, se dibuja una línea paralela a β_2, obteniendo δ_2, que corta a la LT en el vértice V'.
9. Por V' se dibuja la línea paralela a β_1, obteniendo δ_1. Ya tenemos el otro plano (suelo).

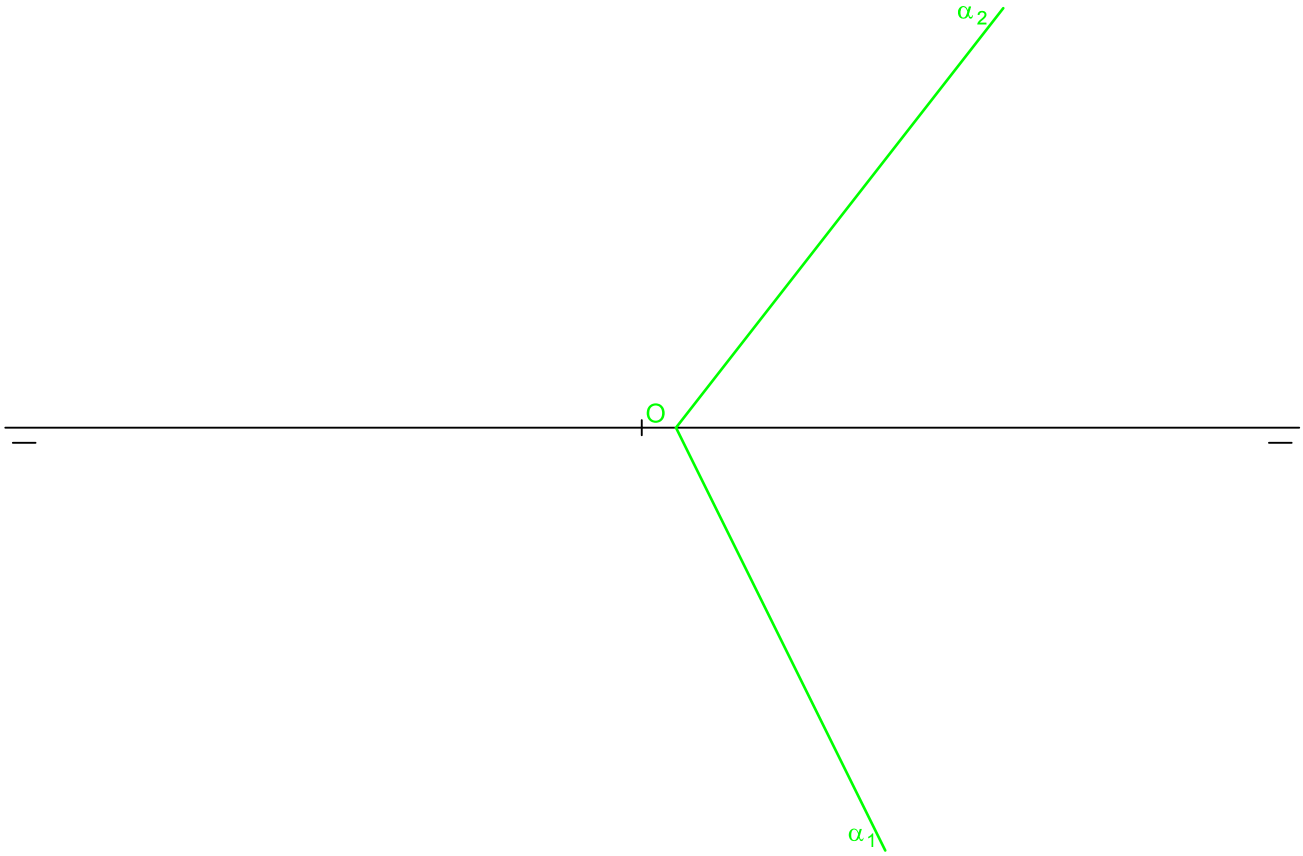
Veamos ahora la obtención del plano equidistante, α, de estos dos planos. El proceso se puede complicar un poco, pero si tenemos en cuenta ...

Uno de los invariantes del Sistema Diédrico es la proporcionalidad entre los segmentos en el espacio y los obtenidos al proyectarse. Pongamos un ejemplo: si un punto divide un segmento por la mitad, al proyectarse el segmento junto con el punto, la proyección del punto está en la mitad del segmento proyectado. Esto nos indica el proceso a seguir ...

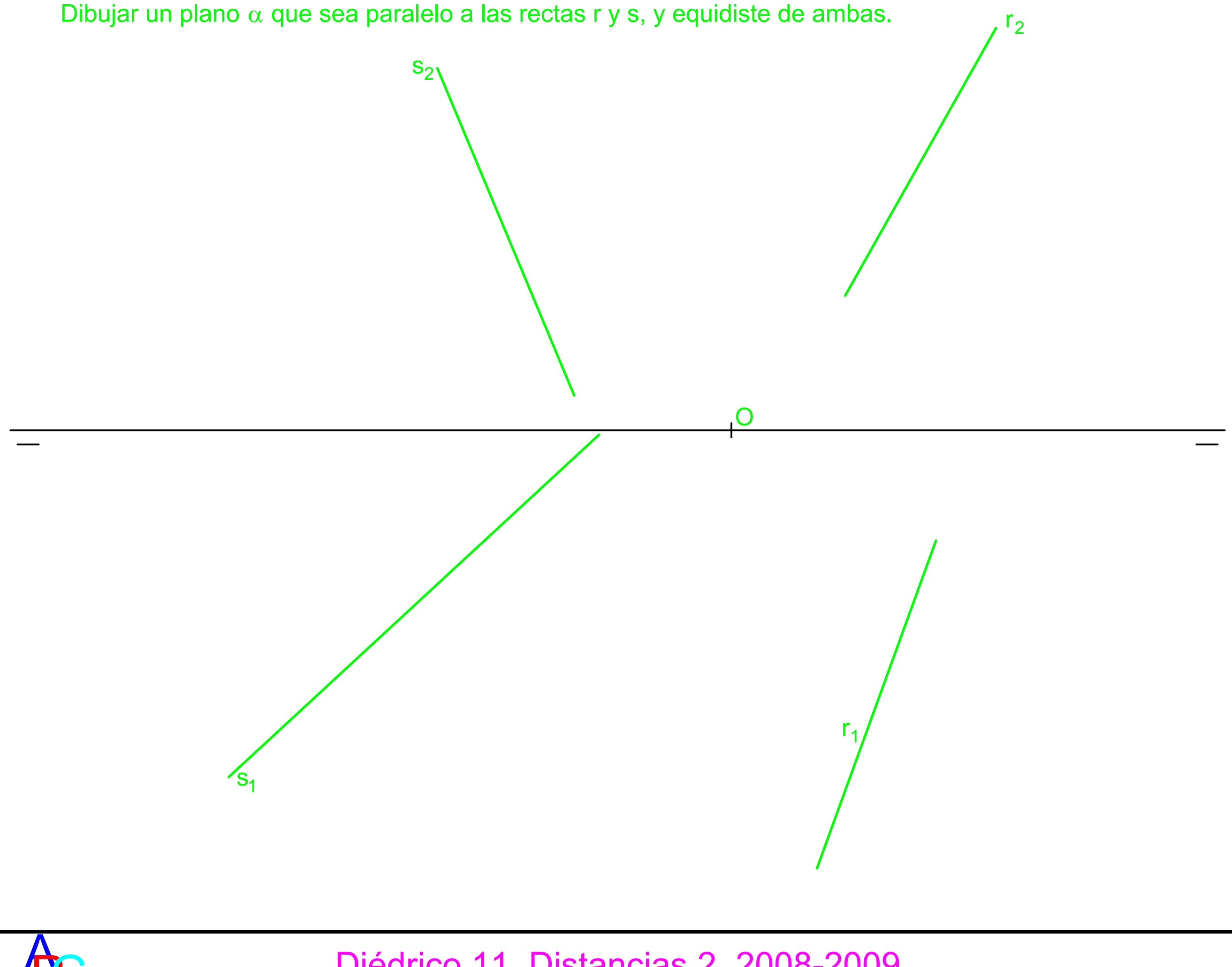
10. Es suficiente determinar el vértice, V'', del plano buscado, que está en medio del segmento VV'.
11. Por último, se dibujan las trazas del plano, α, paralelas a las homónimas de los planos, β y δ. Problema terminado.

NOTA: hay otras maneras de resolver este problema, pero creo que son más complicadas.

Dibujar un plano β, que sea paralelo del α, una distancia de 51 mm por la izquierda. En el plano β situar un punto que diste del PV 45 mm y del PH 34 mm.

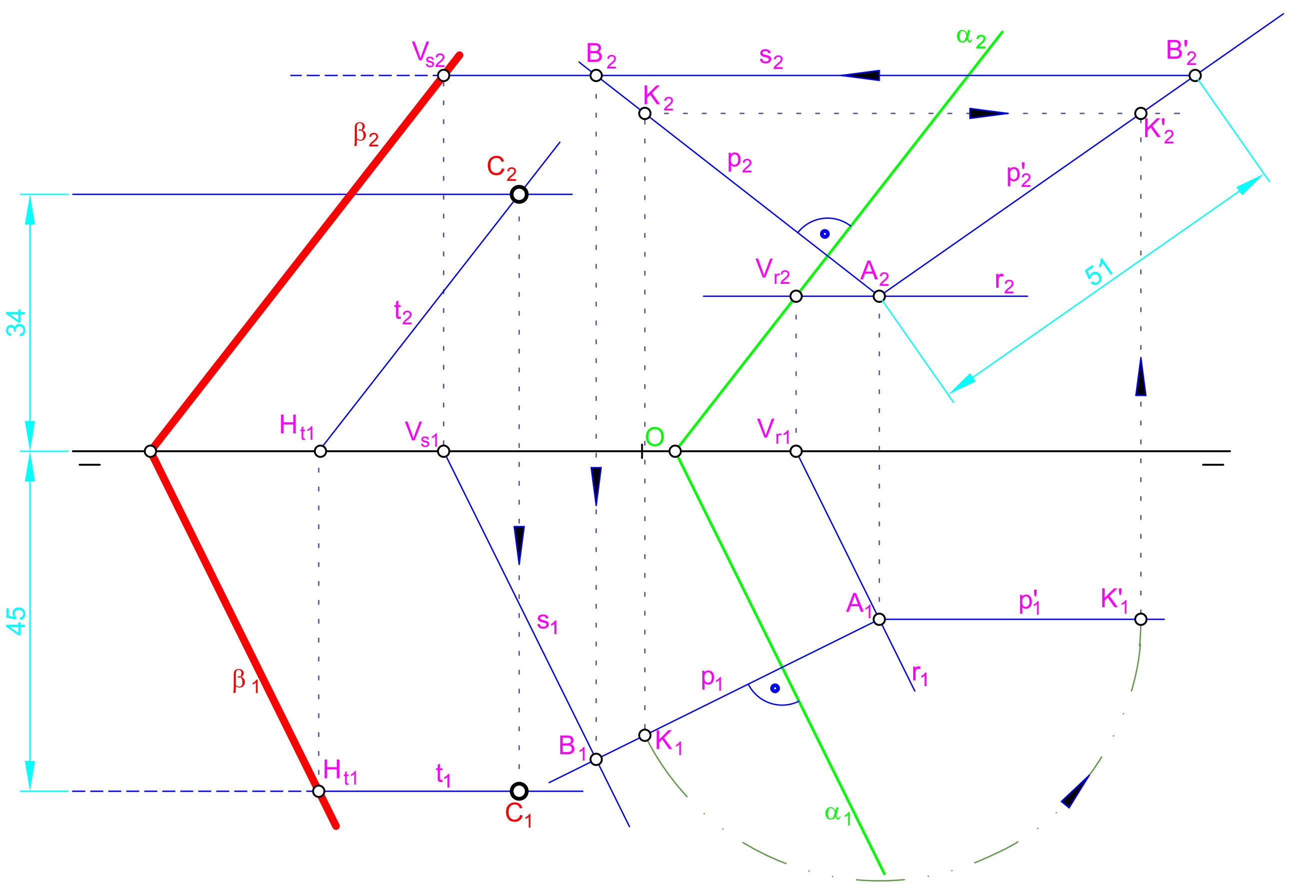


Dibujar un plano α que sea paralelo a las rectas r y s, y equidiste de ambas.

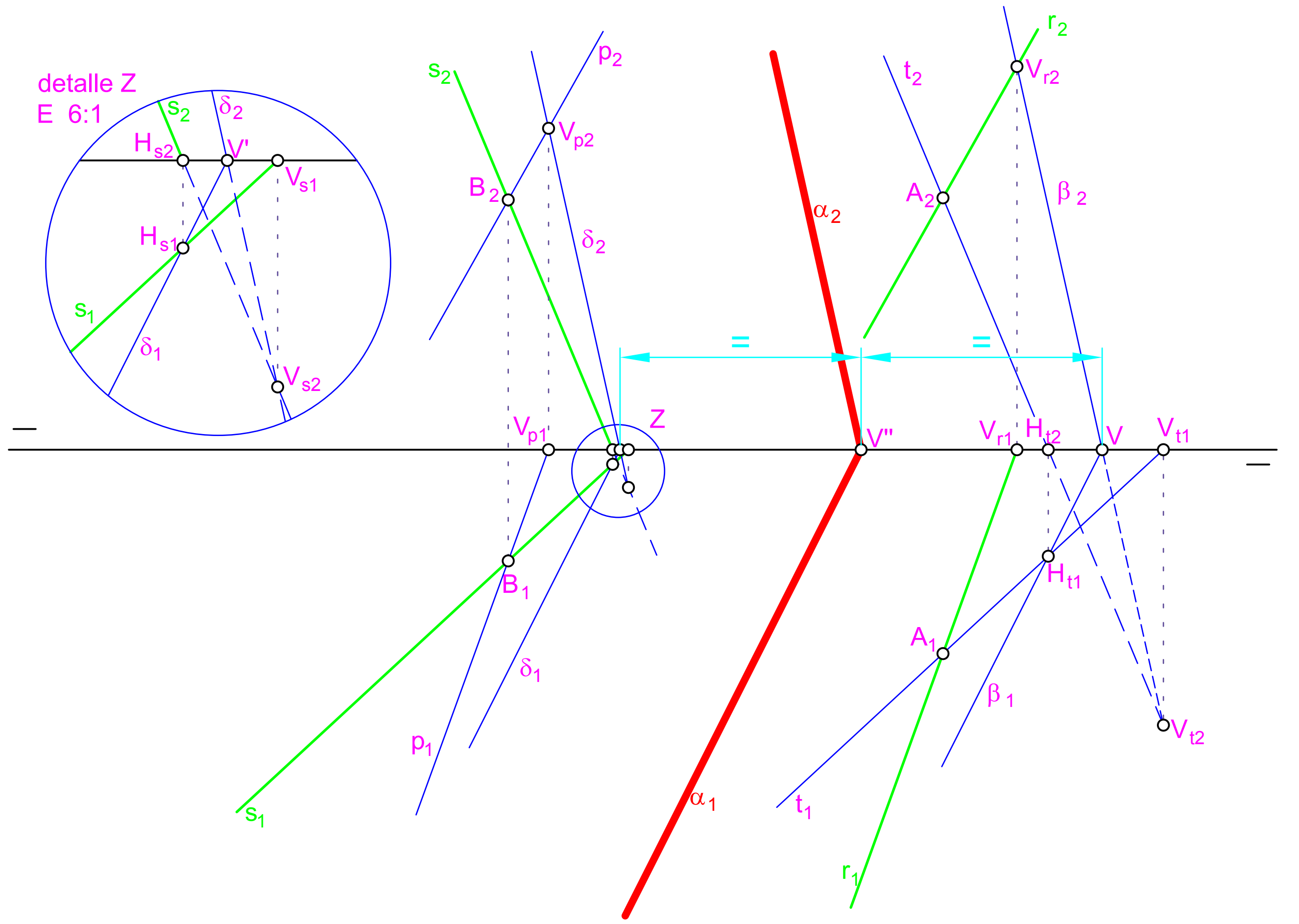


Diédrico 11. Distancias 2. 2008-2009

Dibujar un plano β, que sea paralelo del α, una distancia de 51 mm por la izquierda. En el plano β situar un punto que diste del PV 45 mm y del PH 34 mm.



Dibujar un plano α que sea paralelo a las rectas r y s, y equidiste de ambas.



Diédrico 11. Distancias 2. 2008-2009

1º ejercicio.

Este ejercicio tiene dos partes: dibujar el plano, β, paralelo al α y situar en él un punto.

Aunque el ejercicio, de entrada, puede parecer complicado, si lo separamos en construcciones parciales, resulta más sencillo. Veamos cuales son éstas, en lo que se refiere a la primera parte:

- Hay que situar un punto que diste del plano dado la distancia de 51 mm (ver la chuleta 15, puesta en la sección de DIBUJO TÉCNICO de este departamento).
- Por el punto anterior, hay que dibujar el plano paralelo al dado (ver la chuleta 9). Ésta última construcción está basada en el principio que dice: " *Dos planos, en general, son paralelos cuando sus trazas homónimas, horizontal y vertical, son paralelas*".

De lo expuesto tenemos el proceso a seguir: Determinar un punto que diste 51 mm del plano α, y dibujar a continuación, un plano, β, por dicho punto y paralelo al α. Con lo que tenemos el problema resuelto. Veamos pues los pasos a seguir en el Sistema:

Para poder dibujar un punto a una determinada distancia de un plano, 51 mm en nuestro caso, hay que dibujar una recta perpendicular al plano por un punto de éste, por ello ...

1. Se dibuja una recta horizontal cualquiera, r. Cuya proyección horizontal, r_1, es paralela a la traza horizontal α_1.
2. Se toma un punto cualquiera de dicha recta, él $A(A_1,A_2)$ por ejemplo. (recordemos la pertenencia de punto en plano, chuleta 6)
3. Por dicho punto se dibuja la recta, p, perpendicular al plano α, siendo sus proyecciones perpendiculares a las trazas homónimas del plano.

Sobre esta recta hay que llevar la distancia de 51 mm, y hacia la izquierda, para que el plano quede a la izquierda, según el enunciado. El proceso seguido para llevar la distancia, es el de giro con eje vertical (no dibujado), que pasa por el punto A, hasta transformar la recta, p, en una frontal, para ello ...

4. Se toma un punto cualquiera, $K(K_1,K_2)$, de la recta, $p(p_1,p_2)$.
5. Se dibuja por A_1 una línea paralela a la LT, nueva proyección horizontal, p'_1, de la recta p. Esto se hace así, por que una recta frontal tiene su proyección horizontal paralela a la LT.
6. Con centro en A_1 y radio A_1K_1, se describe un arco, que corta a la nueva proyección anterior, p'_1, en la también nueva proyección K'_1.
7. Desde K_2 se dibuja una línea paralela a la LT.
8. Se dibuja desde K'_1 la línea de proyección (perpendicular a la LT), que corta a la paralela anterior en K'_2.
9. Se une K'_2 con A_2, obteniendo la nueva proyección vertical, p'_2, sobre la que se lleva la distancia de 51 mm, obteniendo la proyección vertical, B'_2, del punto B', que dista del A los 51 mm, pero que no está en su posición, no olvidemos que estamos trabajando con la recta p', por ello .. .
10. Deshaciendo el proceso (ver el sentido de las flechas, que es contrario al seguido para obtener K'), es decir, llevando el punto B' a la recta p, se tienen las proyecciones del punto $B(B_1,B_2)$, que dista 51 mm del plano α.

Ahora vamos a dibujar el plano, β ...

11. Por el punto B, se dibuja una recta horizontal, s, cuya proyección horizontal, s_1, es paralela a la traza horizontal, α_1. De esta manera se fuerza el paralelismo de la traza horizontal del plano, β, buscado.
12. Por la proyección vertical de la traza vertical, V_{s2}, se dibuja una línea paralela a la traza vertical, α_2, hasta cortar a la LT en el punto V. Ya tenemos la traza vertical, β_2, del plano buscado.
13. Desde el punto, V, se dibuja una línea paralela a la traza horizontal, α_1. Tenemos así la traza horizontal, β_1, con lo que se completa el plano buscado, β. Primera parte del ejercicio hecha.

La segunda parte, situar el punto, se ha puesto por que parece poco la primera, aunque no tiene relación ninguna con las distancias. Además nos puede servir más adelante. Veamos el proceso a seguir ...

14. Para situar el punto pedido, se dibuja, por ejemplo, una recta frontal, t, del plano, β, cuya proyección horizontal, dista de la LT la distancia de 45 mm; recordemos que la distancia al PV es el alejamiento.
15. Después se dibuja una línea paralela a la LT, por encima, a la distancia de 34 mm (cota del punto), que corta a la proyección vertical t_2, en la proyección vertical, C_2, del punto buscado.
16. Se dibuja la línea de proyección, que corta a la proyección horizontal, t_1, en C_1. Ya tenemos el punto buscado, C. Ejercicio terminado; ¡ahora sí!

Ejercicio 2.

Este ejercicio, puede parecer difícil pero realizando el siguiente análisis se vera que no es.

- Fijemonos en nuestra aula; en el techo, en general, hay tubos fluorescentes, todos dispuestos en una misma dirección y en el suelo, que en general está embaldosado con losas cuadradas, éstas forman un conjunto de líneas. Realizadas estas premisas, sigamos.
- Cualquier plano paralelo al suelo, por ejemplo el tablero de la mesa del profesor, también lo es al techo; es claro que el techo y el suelo son paralelos, si no lo son, por que nuestra aula es especial, pensamos en otra aula, en que si sean paralelos techo y suelo. Hecha esta observación prosigamos.
- El plano (tablero) indicado es paralelo a los tubos fluorescentes y a las líneas del suelo, por que cualquier recta contenida en un plano paralelo a otro, también lo es a éste.
- Ahora imaginemos que solo tenemos el tablero de la mesa, un tubo fluorescente y una línea de las losas, pero que no sea paralela a los tubos fluorescentes. En esta situación si dibujamos por uno de los puntos del tubo fluorescente una línea paralela a la del suelo, tenemos un plano paralelo, definido por ambos elementos, línea y tubo, y que es paralelo al tablero de la mesa.
- Si por un punto de la línea del suelo dibujamos una línea paralela al tubo fluorescente, resulta lo mismo: tenemos un plano paralelo al tablero de la mesa y por supuesto al otro plano donde está el tubo fluorescente.
- Si se mide la distancia entre los dos planos, y se determina su punto medio, podemos coger el tablero de la mesa y ponerlo en ese punto, manteniendo el paralelismo. De esta manera tenemos un plano paralelo al tubo fluorescente y a la línea del suelo, y además equidistante de ellos. Este plano (tablero) es único. Estamos en la situación del enunciado.

Lo dicho en los tres últimos párrafos nos indica el proceso a seguir en el Sistema Diédrico para resolver nuestro ejercicio. Veamos los pasos:

Plano definido por la recta r y una paralela a la s.

1. Se elige un punto, A(A_1,A_2), de una de las rectas, por ejemplo de la, r (tubo).
2. Por dicho punto se pasa la recta, t, paralela a la s (línea del suelo), dibujando por las proyecciones del punto A, las proyecciones paralelas a las homónimas de la recta, s.
3. Se determinan las trazas de las rectas, r y t, para uniendo las homónimas, obtener el plano, □ (techo).
4. En nuestro caso, aunque no tenemos la proyección horizontal, H_{r1}, de la traza horizontal de la recta, r, no es impedimento para dibujar el plano, β, pues se unen las proyecciones verticales, V_{r2} y V_{t2}, de las trazas verticales, dando la traza vertical, β_2. Que corta a la LT en el vértice, V, del plano, que unido con la proyección horizontal, H_{t1}, de la traza horizontal, da la traza horizontal, β_1 del plano buscado.

Cualquier plano paralelo al β, es paralelo a las dos rectas, r y s, dadas.

5. Ahora elegimos un punto cualquiera, B, de la recta s, y se dibuja la recta, p, paralela a la r.
6. Se procede con estas dos rectas, como con las rectas, r y t, para obtener el plano, δ.
7. En este caso como el plano, δ, sabemos que va a ser paralelo al, β, con obtener una sola traza de las rectas, s y p, es suficiente, pues las otras trazas, quedan demasiado juntas (ver detalle Z). En este caso se ha obtenido la traza vertical, V_p, de la recta p.
8. Por la proyección vertical, V_{p2}, se dibuja una línea paralela a β_2, obteniendo δ_2, que corta a la LT en el vértice V'.
9. Por V' se dibuja la línea paralela a β_1, obteniendo δ_1. Ya tenemos el otro plano (suelo).

Veamos ahora la obtención del plano equidistante, α, de estos dos planos. El proceso se puede complicar un poco, pero si tenemos en cuenta ...

Uno de los invariantes del Sistema Diédrico es la proporcionalidad entre los segmentos en el espacio y los obtenidos al proyectarse. Pongamos un ejemplo: si un punto divide un segmento por la mitad, al proyectarse el segmento junto con el punto, la proyección del punto está en la mitad del segmento proyectado. Esto nos indica el proceso a seguir ...

10. Es suficiente determinar el vértice, V'', del plano buscado, que está en medio del segmento VV'.
11. Por último, se dibujan las trazas del plano, α, paralelas a las homónimas de los planos, β y δ. Problema terminado.

NOTA: hay otras maneras de resolver este problema, pero creo que son más complicadas.