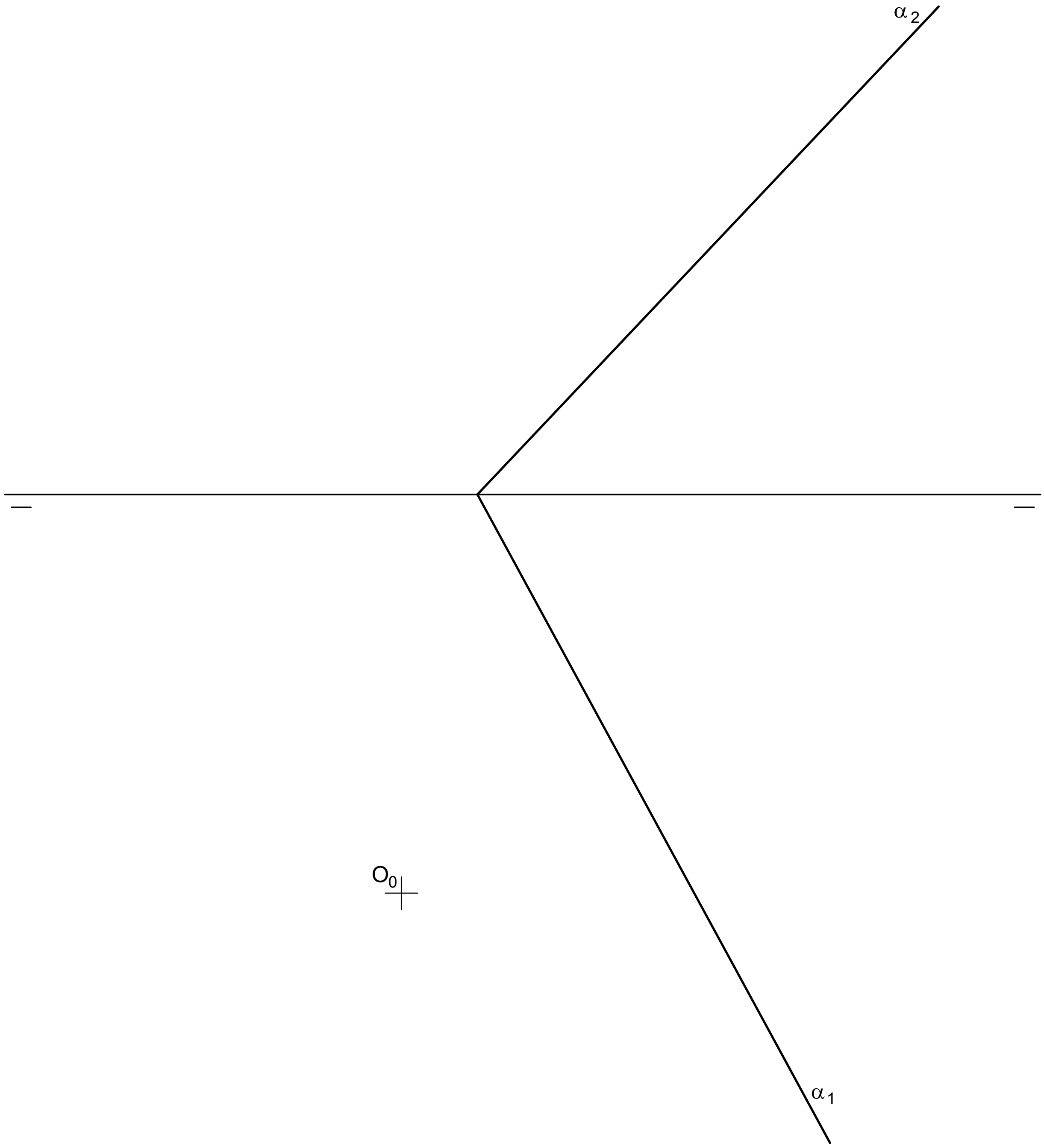
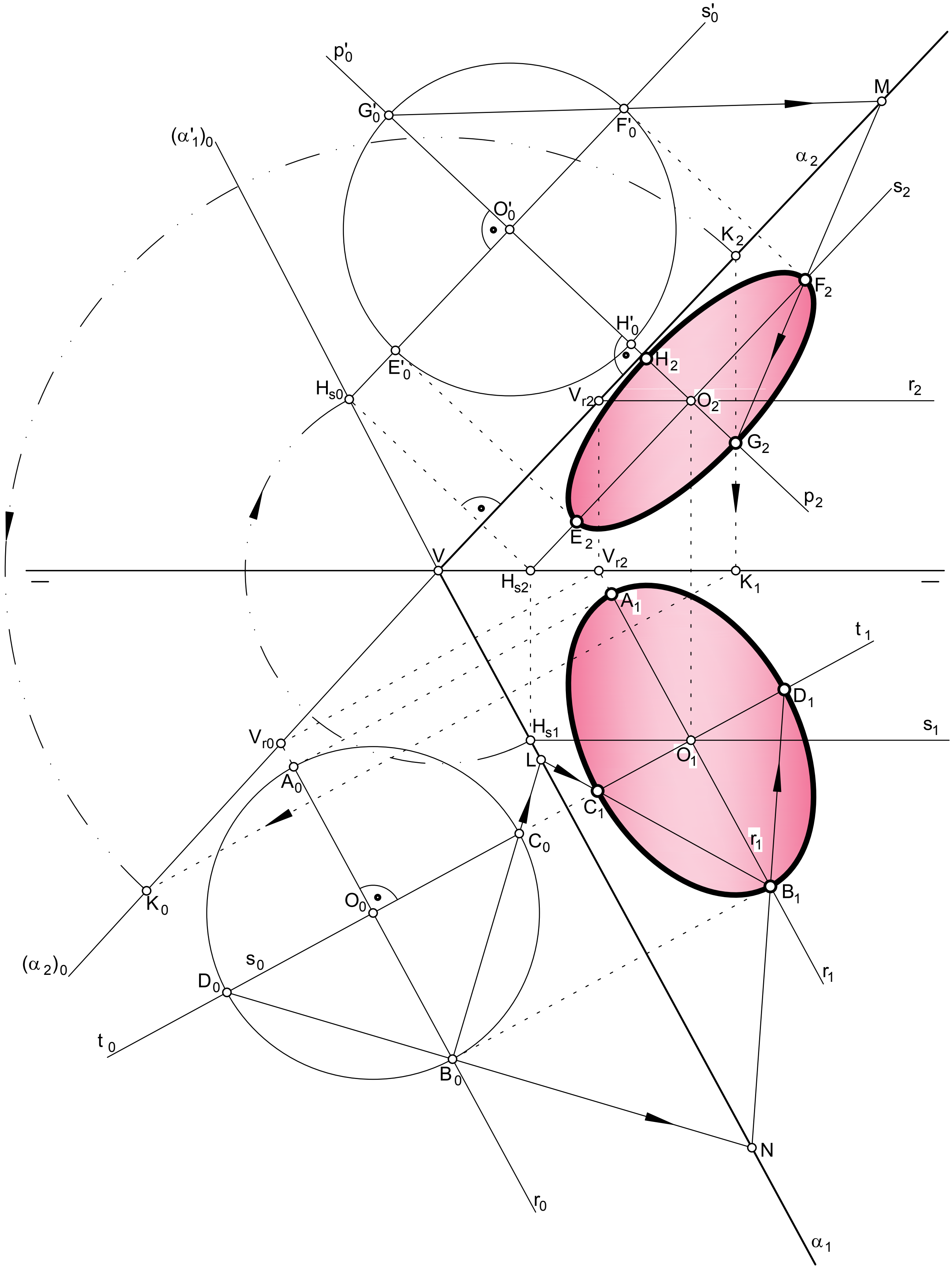
Dibujar las proyecciones de una circunferencia de centro O y diámetro 60 mm, que está en el plano α. Se da el abatimiento, O_0, sobre el PH del centro.



Diédrico 14. Abatimientos 3. 2008-2009

Dibujar las proyecciones de una circunferencia de centro O y diámetro 60 mm, que está en el plano α. Se da el abatimiento, O_0, sobre el PH del centro.

NOTA: La proyección G_2, no está en la línea de proyección K_2K_1; es consecuencia de esas casualidades, que suelen suceder, para desgracia del profesor, cuando prepara ejercicios de diédrico, pues casi siempre hay un alumno que lo pregunta, teniendo que explicarle, los misterios que se encierran en tal casualidad.



Diédrico 14. Abatimientos 3. 2008-2009

Hoja 1/2

La circunferencia al proyectarse oblicuamente resulta una elipse, pues existe una afinidad entre estas dos figuras; el problema de obtener sus proyecciones, se puede realizar de diversas maneras, pero antes veamos el siguiente razonamiento, que justifican el proceso que vamos a seguir, que creemos es sencillo:

- Tomemos un cartón (plano), por ser más rígido, y dibujemos en él una circunferencia y dos diámetros: uno, él AB sobre una recta r, paralela a uno de los bordes del cartón (traza horizontal del plano) y el otro, él CD sobre una recta t, perpendicular al mismo borde.
- Situemos el cartón apoyado en una mesa (abatido en él PH), y sujetemoslo con cinta adhesiva, por el borde elegido a la mesa.
- Se gira (desabate) el cartón con respecto al borde y lo mantenemos con una oblicuidad cualquiera.
- En esta posición, deducimos lo siguiente:
- El diámetro AB que es paralelo al borde, sigue siendo paralelo en cualquier posición que tenga el cartón, manteniendo su magnitud al proyectarse, es decir $AB = A_1B_1$.
- El otro diámetro, CD, que es la recta de máxima pendiente, al proyectarse va disminuyendo su longitud, pero manteniendo sus proporciones respecto del centro, es decir, si CO = DO, sus proyecciones $C_1O_1 = D_1O_1$, y resulta además que el segmento proyección C_1D_1 es perpendicular al A_1B_1, por el teorema de las tres perpendiculares.
- Resulta, de todo lo dicho, que los diámetros, AB y CD, al proyectarlos son los ejes de la elipse proyección, coincidiendo el mayor, A_1B_1, en magnitud con él AB y el menor, C_1D_1, disminuye según la inclinación del plano.

Todo esto justifica el proceso que se va a seguir:

1. Como el dato dado es el plano, por sus trazas, y el abatimiento del centro O, se procede primero a desabatir el plano, como en casos anteriores, tomando un punto $K(K_1,K_2)$ de la traza vertical, α_2.
2. Ahora se desabate el centro, O, utilizando para ello, como en casos anteriores (ver láminas 12 y 13) una recta horizontal, r.
3. Con centro en O_0 se dibuja la circunferencia de diámetro 60 mm.
4. Por lo dicho antes se dibujan, en el abatimiento, dos diámetros, uno ya lo tenemos, el A_0B_0, al cortar r_0 a la circunferencia, y el otro C_0D_0, perpendicular al anterior.
5. Se desabate el centro, O, junto con la recta, r, y los puntos A y B, como se ha hecho en casos anteriores.
6. Para obtener los puntos del eje menor, se ha realizado por afinidad, prolongando D_0B_0 y B_0C_0, hasta cortar a la traza, α_1, en los puntos N y L, que unidos ambos con B_1, cortan a la proyección t_1, en las proyecciones D_1 y C_1, extremos del eje menor de la elipse, proyección horizontal de la circunferencia. El dibujo de la elipse se puede realizar por cualquiera de los procedimientos de la geometría plana.

Podríamos ahora determinar las proyecciones verticales de los ejes horizontales, obteniendo dos diámetros conjugados de la elipse, proyección vertical, para a continuación por cualquier procedimiento de la geometría plana, dibujar la elipse; pero es mejor, creemos, conseguir los ejes reales en proyección vertical, para que el dibujo de la elipse sea más sencillo.

Siguiendo un razonamiento similar con la traza vertical, α_2, al seguido con la horizontal, α_1, llegamos a la conclusión, de que el eje mayor está en una recta frontal (por ser paralela su proyección vertical a la traza vertical del plano) y el menor en una recta de máxima inclinación (por ser perpendicular su proyección vertical a la traza vertical del plano), luego lo único que necesitamos es determinar el centro y los ejes.

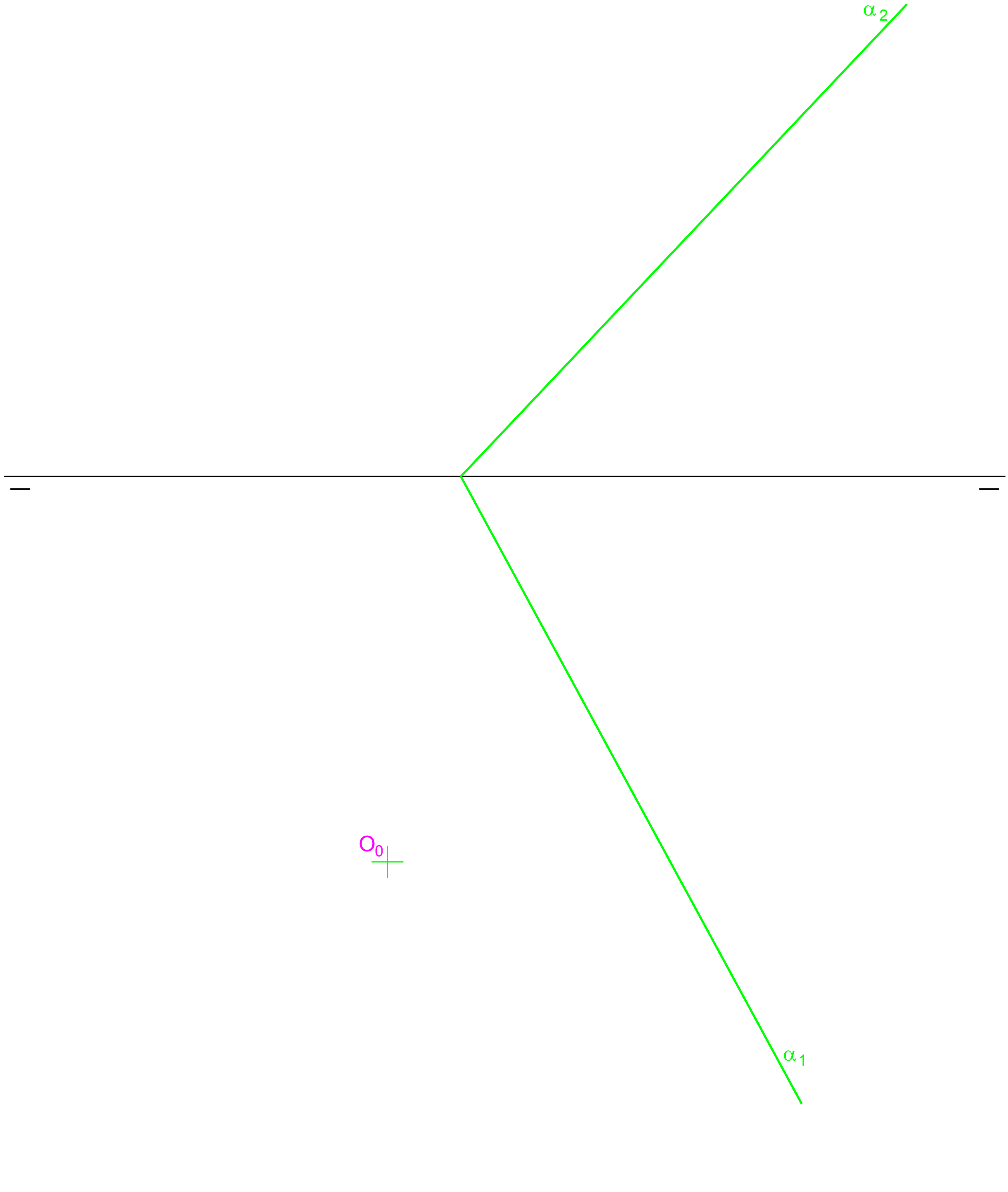
Hay que abatir sobre el PV el centro, para poder dibujar la circunferencia y después aplicar la afinidad como se hizo en la proyección horizontal. Esto se resuelve como sigue:

7. Se dibuja una recta frontal, $s(s_1,s_2)$, del plano, α, que contenga el centro $O(O_1,O_2)$.
8. Con la recta, s, se sigue un proceso similar al seguido con la recta horizontal, r, al abatirla sobre el PH, es decir ...
9. Por la proyección vertical de la traza horizontal, H_{s2}, se dibuja una línea perpendicular a la traza vertical, α_2.
10. Con centro en el vértice V, y radio VH_{s1}, se dibuja un arco que corta a la perpendicular anterior en el abatimiento de la traza horizontal, H_{s0}, que unido con el vértice, V, da el abatimiento, $(\alpha'_1)_0$ de la traza horizontal.
11. Por H_{s0} se dibuja una línea paralela a la traza vertical, obteniendo el abatimiento, s_0, de la recta frontal, s.
12. Por O_2 se dibuja una línea perpendicular (proyección vertical, p_2, de la recta de máxima inclinación) a la traza vertical del plano, cortando al abatimiento, s_0, en el abatimiento, O'_0, del centro. El resto es similar al descrito para la obtención de las proyecciones horizontales de los ejes.

Una observación a esta última parte del ejercicio: al aplicar la afinidad, solo se ha hecho uniendo G'_0 con F'_0, que ha cortado a la traza vertical en el punto M, que unido con F_2, nos da G_2. No es necesario unir F'_0 con H'_0, pues hemos obtenido el semieje menor de la elipse, resultando que $H_2O_2 = G_2O_2$. Esto mismo se puede decir de la proyección horizontal.

Como casí todos los ejercicios de diédrico, es más fácil de hacer que de contar.

Dibujar las proyecciones de una circunferencia de centro O y diámetro 60 mm, que está en el plano α. Se da el abatimiento, O_0, sobre el PH del centro.

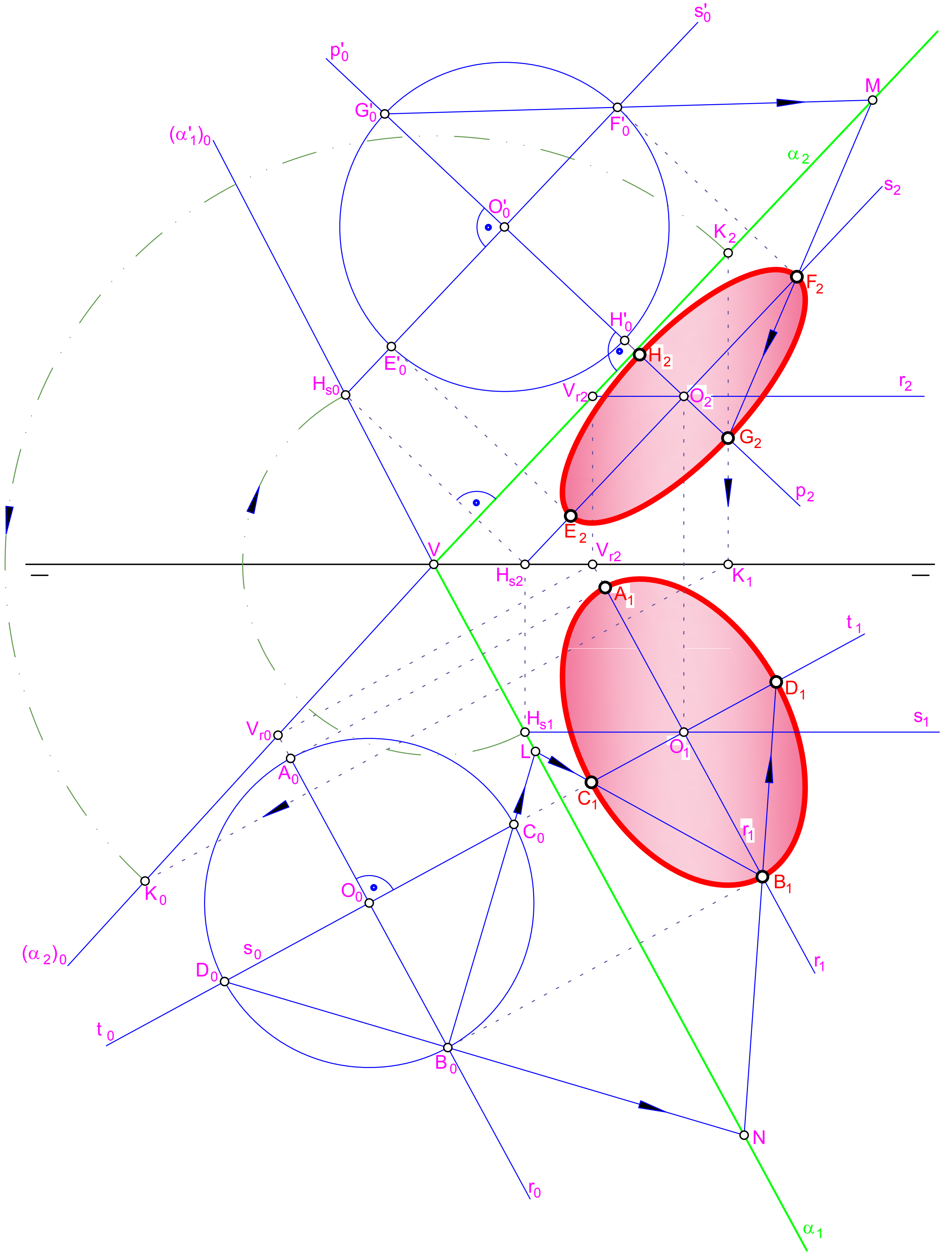


ARG

Diédrico 14. Abatimientos 3. 2008-2009

Dibujar las proyecciones de una circunferencia de centro O y diámetro 60 mm, que está en el plano α. Se da el abatimiento, O_0, sobre el PH del centro.

NOTA: La proyección G_2, no está en la línea de proyección K_2K_1; es consecuencia de esas casualidades, que suelen suceder, para desgracia del profesor, cuando prepara ejercicios de diédrico, pues casi siempre hay un alumno que lo pregunta, teniendo que explicarle, los misterios que se encierran en tal casualidad.



Diédrico 14. Abatimientos 3. 2008-2009

Hoja 1/2

La circunferencia al proyectarse oblicuamente resulta una elipse, pues existe una afinidad entre estas dos figuras; el problema de obtener sus proyecciones, se puede realizar de diversas maneras, pero antes veamos el siguiente razonamiento, que justifican el proceso que vamos a seguir, que creemos es sencillo:

- Tomemos un cartón (plano), por ser más rígido, y dibujemos en él una circunferencia y dos diámetros: uno, él AB sobre una recta r, paralela a uno de los bordes del cartón (traza horizontal del plano) y el otro, él CD sobre una recta t, perpendicular al mismo borde.
- Situemos el cartón apoyado en una mesa (abatido en él PH), y sujetemoslo con cinta adhesiva, por el borde elegido a la mesa.
- Se gira (desabate) el cartón con respecto al borde y lo mantenemos con una oblicuidad cualquiera.
- En esta posición, deducimos lo siguiente:
- El diámetro AB que es paralelo al borde, sigue siendo paralelo en cualquier posición que tenga el cartón, manteniendo su magnitud al proyectarse, es decir AB = A_1B_1.
- El otro diámetro, CD, que es la recta de máxima pendiente, al proyectarse va disminuyendo su longitud, pero manteniendo sus proporciones respecto del centro, es decir, si CO = DO, sus proyecciones $C_1O_1 = D_1O_1$, y resulta además que el segmento proyección C_1D_1 es perpendicular al A_1B_1, por el teorema de las tres perpendiculares.
- Resulta, de todo lo dicho, que los diámetros, AB y CD, al proyectarlos son los ejes de la elipse proyección, coincidiendo el mayor, A_1B_1, en magnitud con él AB y el menor, C_1D_1, disminuye según la inclinación del plano.

Todo esto justifica el proceso que se va a seguir:

1. Como el dato dado es el plano, por sus trazas, y el abatimiento del centro O, se procede primero a desabatir el plano, como en casos anteriores, tomando un punto $K(K_1,K_2)$ de la traza vertical, α_2.
2. Ahora se desabate el centro, O, utilizando para ello, como en casos anteriores (ver láminas 12 y 13) una recta horizontal, r.
3. Con centro en O_0 se dibuja la circunferencia de diámetro 60 mm.
4. Por lo dicho antes se dibujan, en el abatimiento, dos diámetros, uno ya lo tenemos, el A_0B_0, al cortar r_0 a la circunferencia, y el otro C_0D_0, perpendicular al anterior.
5. Se desabate el centro, O, junto con la recta, r, y los puntos A y B, como se ha hecho en casos anteriores.
6. Para obtener los puntos del eje menor, se ha realizado por afinidad, prolongando D_0B_0 y B_0C_0, hasta cortar a la traza, α_1, en los puntos N y L, que unidos ambos con B_1, cortan a la proyección t_1, en las proyecciones D_1 y C_1, extremos del eje menor de la elipse, proyección horizontal de la circunferencia. El dibujo de la elipse se puede realizar por cualquiera de los procedimientos de la geometría plana.

Podríamos ahora determinar las proyecciones verticales de los ejes horizontales, obteniendo dos diámetros conjugados de la elipse, proyección vertical, para a continuación por cualquier procedimiento de la geometría plana, dibujar la elipse; pero es mejor, creemos, conseguir los ejes reales en proyección vertical, para que el dibujo de la elipse sea más sencillo.

Siguiendo un razonamiento similar con la traza vertical, α_2, al seguido con la horizontal, α_1, llegamos a la conclusión, de que el eje mayor está en una recta frontal (por ser paralela su proyección vertical a la traza vertical del plano) y el menor en una recta de máxima inclinación (por ser perpendicular su proyección vertical a la traza vertical del plano), luego lo único que necesitamos es determinar el centro y los ejes.

Hay que abatir sobre el PV el centro, para poder dibujar la circunferencia y después aplicar la afinidad como se hizo en la proyección horizontal. Esto se resuelve como sigue:

7. Se dibuja una recta frontal, $s(s_1,s_2)$, del plano, α, que contenga el centro $O(O_1,O_2)$.
8. Con la recta, s, se sigue un proceso similar al seguido con la recta horizontal, r, al abatirla sobre el PH, es decir ...
9. Por la proyección vertical de la traza horizontal, H_{s2}, se dibuja una línea perpendicular a la traza vertical, α_2.
10. Con centro en el vértice V, y radio VH_{s1}, se dibuja un arco que corta a la perpendicular anterior en el abatimiento de la traza horizontal, H_{s0}, que unido con el vértice, V, da el abatimiento, $(\alpha'_1)_0$ de la traza horizontal.
11. Por H_{s0} se dibuja una línea paralela a la traza vertical, obteniendo el abatimiento, s_0, de la recta frontal, s.
12. Por O_2 se dibuja una línea perpendicular (proyección vertical, p_2, de la recta de máxima inclinación) a la traza vertical del plano, cortando al abatimiento, s_0, en el abatimiento, O'_0, del centro. El resto es similar al descrito para la obtención de las proyecciones horizontales de los ejes.

Una observación a esta última parte del ejercicio: al aplicar la afinidad, solo se ha hecho uniendo G'_0 con F'_0, que ha cortado a la traza vertical en el punto M, que unido con F_2, nos da G_2. No es necesario unir F'_0 con H'_0, pues hemos obtenido el semieje menor de la elipse, resultando que $H_2O_2 = G_2O_2$. Esto mismo se puede decir de la proyección horizontal.

Como casí todos los ejercicios de diédrico, es más fácil de hacer que de contar.