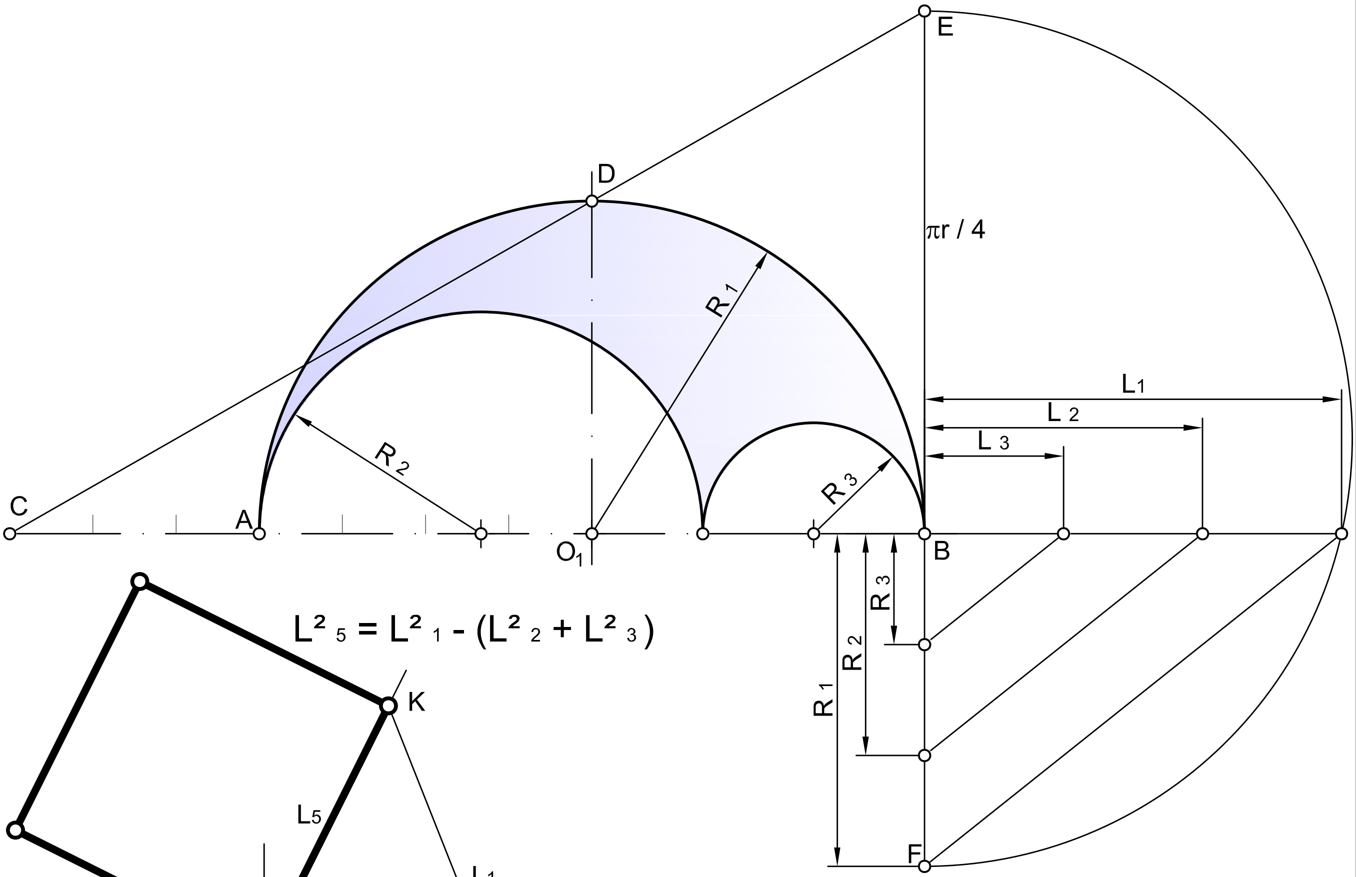
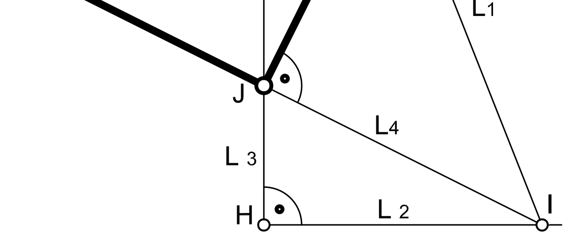
PROBLEMA 21. El Arbelo de Arquimedes o cuchilla de zapatero (zona sombreada), es una figura geométrica con unas propiedades muy curiosas. En otra entrega os dare un archivo al respecto.

Se pide: determinar el cuadrado equivalente a la zona sombreada. Los radios pueden variar, pero siempre se ha de cumplir que los centros de los semicirculos pequeños, estén en el diámetro del semicirculo mayor.





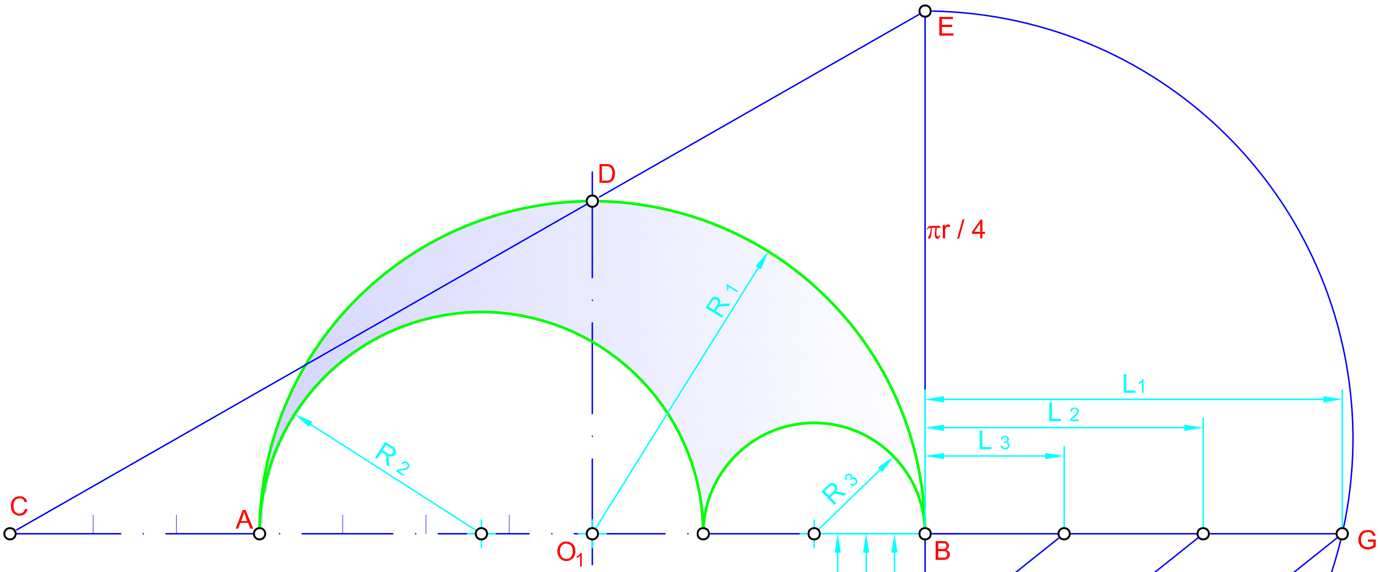
Hay que determinar los cuadrados equivalentes a los semicirculos que forman el Arbelo, y después sumar y restar.

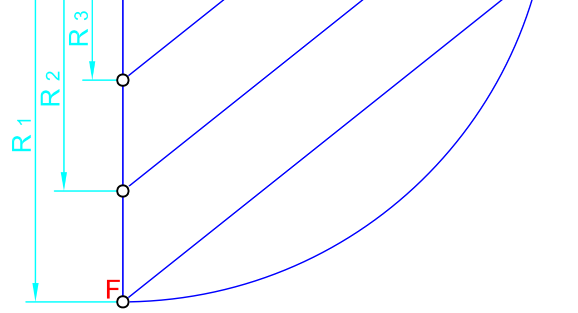
El cuadrado equivalente al semicirculo O_1 se podría hacer, determinando el de su circulo y después dividirlo por 2. Pero en este caso, aprovechando el área del semicirculo $\pi r^2 /4$, e igualandolo al de su cuadrado equivalente L^2_1, tenemos la expresión siguiente: $(\pi r /4)\, r = L^2_1$, siendo en este caso $\pi r /4$, la longitud de un cuarto de circunferencia, luego se aplica la media proporcional a los segmentos: $\pi r /4$ y r. Por lo tanto el proceso es como sigue:

1. Rectificamos el cuarto de circunferencia de radio R_1, para ello ....
   A. Se dibujan por el centro O_1 y el extremo B, dos perpendiculares al diámetro AB. La perpendicular por el centro, corta a la semicircunferencia en el punto D.
   B. El radio R_1 se divide en cuatro partes iguales.
   C. Se llevan tres de esas partes hacia la izquierda del punto A y sobre el diámetro AB,obteniendo el punto C.
   D. Se dibuja la línea CD, que corta a la perpendicular por B, en el punto E. El segmento BE es la rectificación del cuarto de circunferncia de radio R_1.
2. Para aplicar la media proporcional, al segmento EB, se le añade el radio R_1, obteniendo el segmento EF.
3. Se dibuja la semircunferencia de diámetro EF.
4. Se dibuja, por el punto B, una perepndicular al EF, que corta a la semicircunferencia en el punto G. El segmento BG es el lado L1 del cuadrado equivalente del semicirculo.
5. Para determinar los cuadrados equivalentes a los otros semicirculos, podriamos seguir el mismo proceso, pero, debido a la proporcionalidad existente entre las áreas de los circulos, en nuestro caso de los semicirculos, podemos continuar el proceso .....
6. Se une el punto F con el G.
7. Se llevan los radios R_2 y R_3, a partir del punto B y sobre el segmento BF.
8. Se dibujan por sus extremos, líneas paralelas al segmento FG, cortando al BG, en los extremos de los cuadrados L_2 y L_3, equivalentes a los semicriculos pequeños.
9. La combinación de estos tres lados, se realiza mediante el Teorema de Pitagoras, de la siguiente manera
10. Primero sumamos L_2 y L_3, tomando estas magnitudes como catetos de un triángulo rectángulo IHJ, obteniendo la hipotenusa L_4. Este resultado hay que restarlo al lado L_1, por lo tanto ....
11. Se toma L_1 como hipotenusa y L_4 como cateto, construyendo el triángulo IJK, obteniendo como resultado de todo el proceso el cateto L_5, cuya expresión matemática se muestra encima del cuadrado solución.

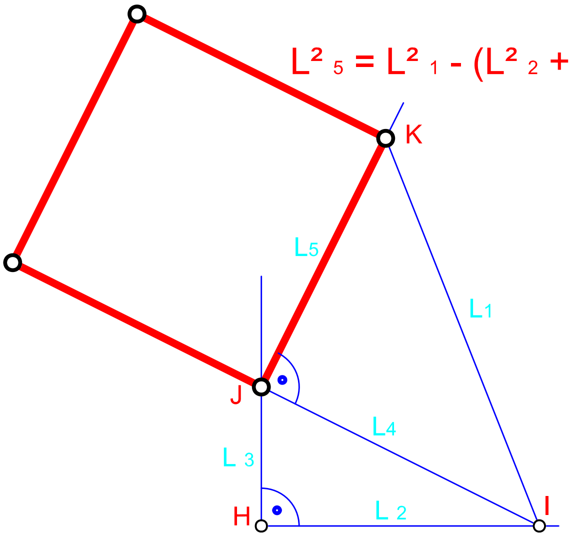
PROBLEMA 21. El Arbelo de Arquimedes o cuchilla de zapatero (zona sombreada), es una figura geométrica con unas propiedades muy curiosas. En otra entrega os dare un archivo al respecto.

Se pide: determinar el cuadrado equivalente a la zona sombreada. Los radios pueden variar, pero siempre se ha de cumplir que los centros de los semicirculos pequeños, estén en el diámetro del semicirculo mayor.





$$L^2{}_5 = L^2{}_1 - (L^2{}_2 + L^2{}_3)$$



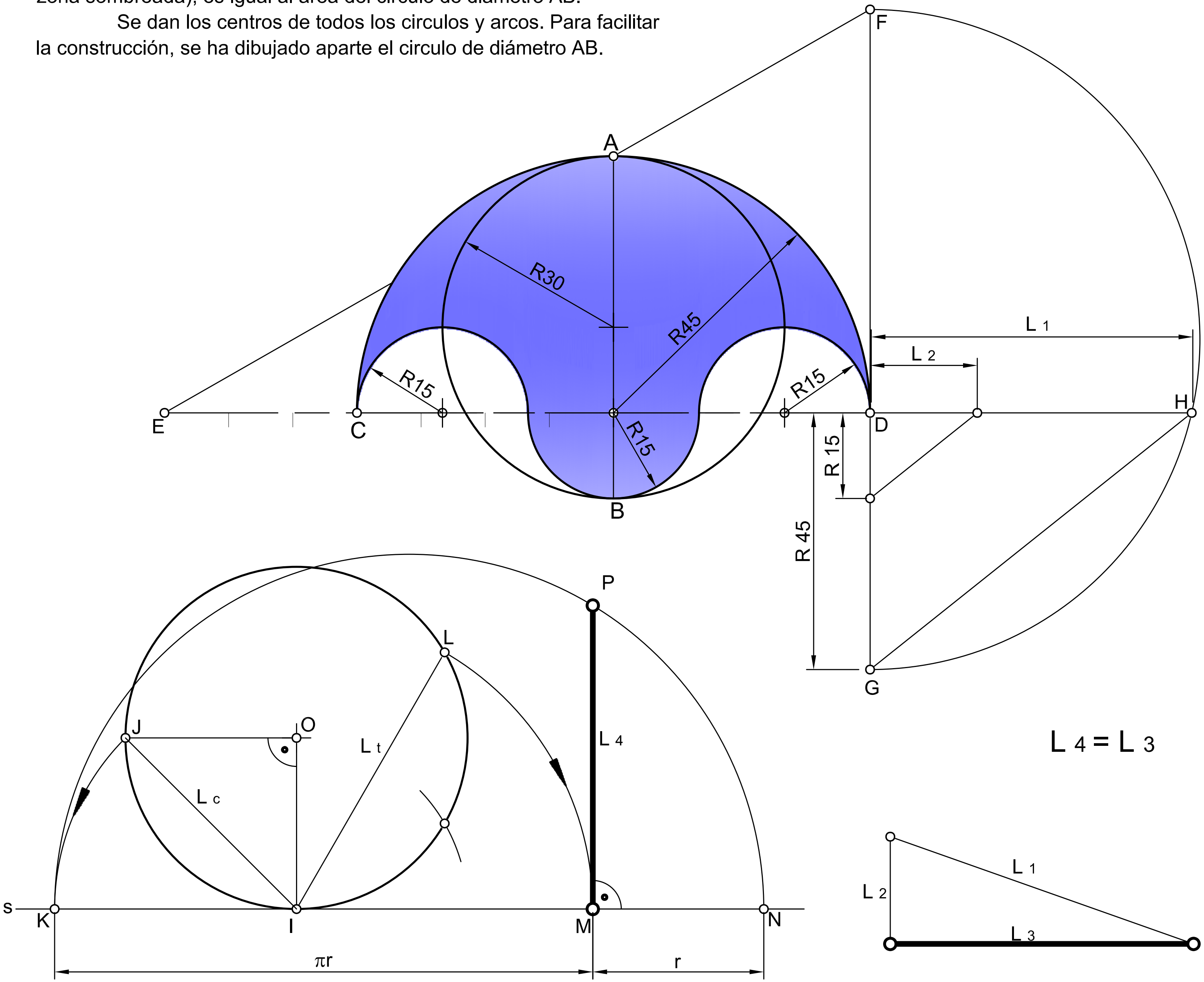
Hay que determinar los cuadrados equivalentes a los semicirculos que forman el Arbelo, y después sumar y restar.

El cuadrado equivalente al semicirculo O_1 se podría hacer, determinando el de su circulo y después dividirlo por 2. Pero en este caso, aprovechando el área del semicirculo $\pi r^2/4$, e igualandolo al de su cuadrado equivalente $L^2{}_1$, tenemos la expresión siguiente: $(\pi r/4)\, r = L^2{}_1$, siendo en este caso $\pi r/4$, la longitud de un cuarto de circunferencia, luego se aplica la media proporcional a los segmentos: $\pi r/4$ y r. Por lo tanto el proceso es como sigue:

1. Rectificamos el cuarto de circunferencia de radio R_1, para ello ....
   A. Se dibujan por el centro O_1 y el extremo B, dos perpendiculares al diámetro AB. La perpendicular por el centro, corta a la semicircunferencia en el punto D.
   B. El radio R_1 se divide en cuatro partes iguales.
   C. Se llevan tres de esas partes hacia la izquierda del punto A y sobre el diámetro AB,obteniendo el punto C.
   D. Se dibuja la línea CD, que corta a la perpendicular por B, en el punto E. El segmento BE es la rectificación del cuarto de circunferncia de radio R_1.
2. Para aplicar la media proporcional, al segmento EB, se le añade el radio R_1, obteniendo el segmento EF.
3. Se dibuja la semircunferencia de diámetro EF.
4. Se dibuja, por el punto B, una perepndicular al EF, que corta a la semicircunferencia en el punto G. El segmento BG es el lado L1 del cuadrado equivalente del semicirculo.
5. Para determinar los cuadrados equivalentes a los otros semicirculos, podriamos seguir el mismo proceso, pero, debido a la proporcionalidad existente entre las áreas de los circulos, en nuestro caso de los semicirculos, podemos continuar el proceso .....
6. Se une el punto F con el G.
7. Se llevan los radios R_2 y R_3, a partir del punto B y sobre el segmento BF.
8. Se dibujan por sus extremos, líneas paralelas al segmento FG, cortando al BG, en los extremos de los cuadrados L_2 y L_3, equivalentes a los semicirculos pequeños.
9. La combinación de estos tres lados, se realiza mediante el Teorema de Pitagoras, de la siguiente manera
10. Primero sumamos L_2 y L_3, tomando estas magnitudes como catetos de un triángulo rectángulo IHJ, obteniendo la hipotenusa L_4. Este resultado hay que restarlo al lado L_1, por lo tanto ....
11. Se toma L_1 como hipotenusa y L_4 como cateto, construyendo el triángulo IJK, obteniendo como resultado de todo el proceso el cateto L_5, cuya expresión matemática se muestra encima del cuadrado solución.

PROBLEMA 22. Demostrar graficamente, que el área del Salinón (zona sombreada), es igual al área del circulo de diámetro AB.

Se dan los centros de todos los circulos y arcos. Para facilitar la construcción, se ha dibujado aparte el circulo de diámetro AB.



Este ejercicio en cuanto a las cuadraturas de los semicirculos que forman el Salinon, se resuelve de igual manera que en el caso de la cuchilla de zapatero (ver problema 21). En este caso como los radios de los semicirculos pequeños son iguales ha sido suficiente con determinar uno. A la hora de calcular el cuadrado equivalente, como dos de ellos se anulan, es suficiente restar al mayor uno de los pequeños, obteniendo así el lado L_3.

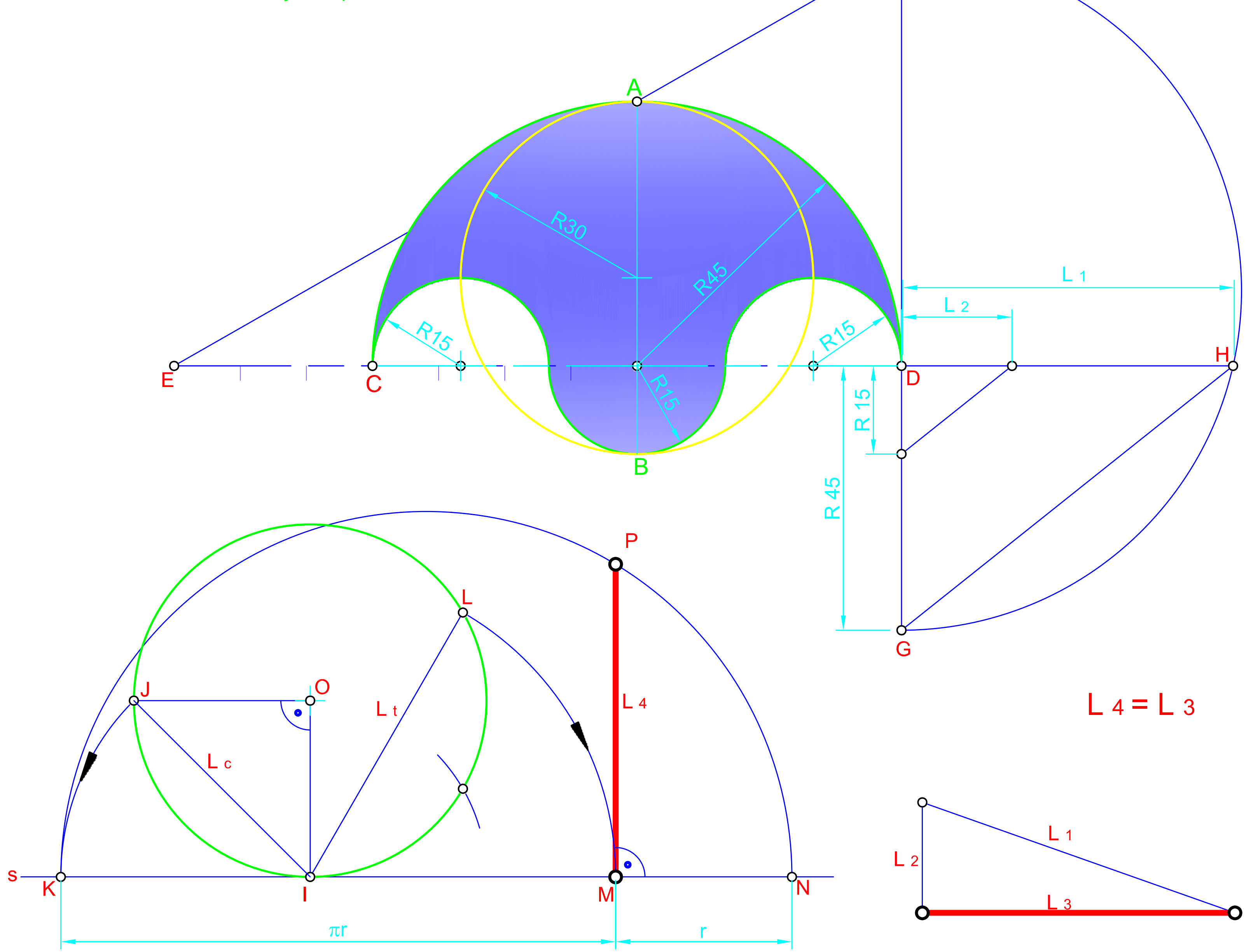
Para la cuadratura del cirulo, se sigue el procedimiento, teniendo en cuenta que $\pi r^2 = (\pi r)r = L_4$:

Se sabe que πr es la longitud de la semicircunferencia, siendo uno de los procedimentos aproximados para su rectificación la suma de los lados del cuadrado y del triángulo inscrito en la circunferecia, por lo tanto:

1. Se determina el lado del cuadrado L_c, dibujando dos radios, OI y OJ, perpendiculares.
2. Se determina el lado del triángulo L_t, llevando sobre la circunferencia, a partir del punto I, dos radios consecutivos.
3. Estos lados se llevan sobre una recta s, haciendo centro en el punto I, oteniendo el segmento KM.
4. A continuación del punto M,y hacia su derecha y sobre la recta s, se leva el radio de la circunferencia, obteniendo el segmento KN.
5. Se dibuja la semicircunferencia de diámetro KN.
6. Por el punto M se dibuja una perpendicular a la recta s, que corta a la semicircunferencia en el punto P, obteniendo así el lado L_4, que coincide con el L_3, como se pretendia comprobar.

PROBLEMA 22. Demostrar graficamente, que el área del Salinón (zona sombreada), es igual al área del circulo de diámetro AB.

Se dan los centros de todos los circulos y arcos. Para facilitar la construcción, se ha dibujado aparte el circulo de diámetro AB.



Este ejercicio en cuanto a las cuadraturas de los semicirculos que forman el Salinon, se resuelve de igual manera que en el caso de la cuchilla de zapatero (ver problema 21). En este caso como los radios de los semicirculos pequeños son iguales ha sido suficiente con determinar uno. A la hora de calcular el cuadrado equivalente, como dos de ellos se anulan, es suficiente restar al mayor uno de los pequeños, obteniendo así el lado L_3.

Para la cuadratura del cirulo, se sigue el procedimiento, teniendo en cuenta que $\pi r^2 = (\pi r)r = L_4$:

Se sabe que πr es la longitud de la semicircunferencia, siendo uno de los procedimentos aproximados para su rectificación la suma de los lados del cuadrado y del triángulo inscrito en la circunferecia, por lo tanto:

1. Se determina el lado del cuadrado L_c, dibujando dos radios, OI y OJ, perpendiculares.
2. Se determina el lado del triángulo L_t, llevando sobre la circunferencia, a partir del punto I, dos radios consecutivos.
3. Estos lados se llevan sobre una recta s, haciendo centro en el punto I, oteniendo el segmento KM.
4. A continuación del punto M,y hacia su derecha y sobre la recta s, se leva el radio de la circunferencia, obteniendo el segmento KN.
5. Se dibuja la semicircunferencia de diámetro KN.
6. Por el punto M se dibuja una perpendicular a la recta s, que corta a la semicircunferencia en el punto P, obteniendo así el lado L_4, que coincide con el L_3, como se pretendia comprobar.