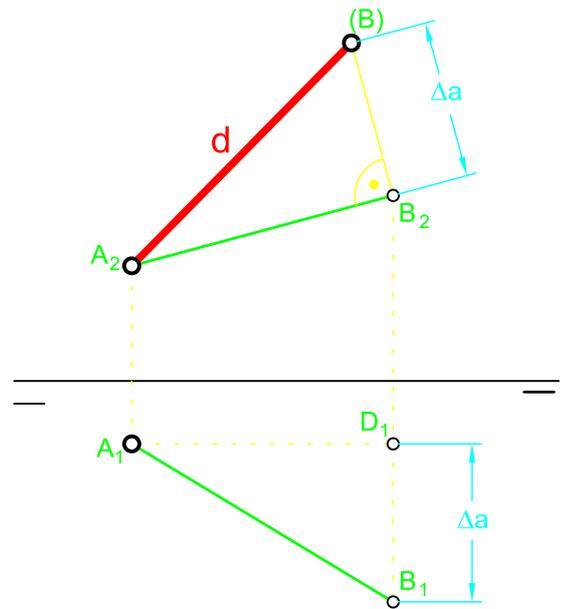
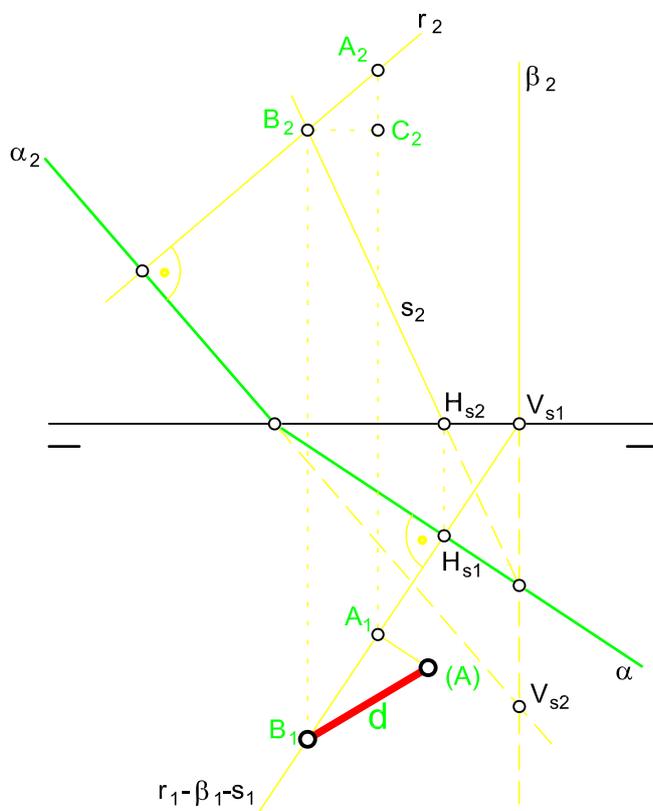


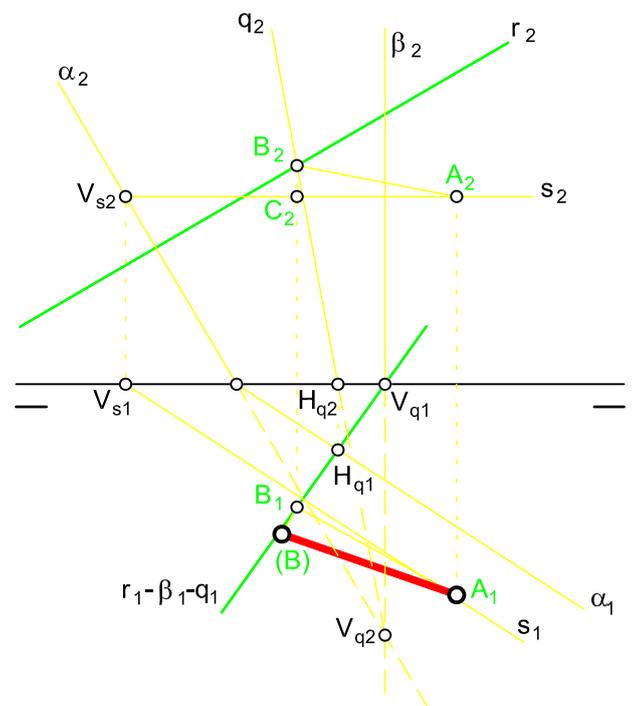
Determinar la distancia entre el punto A y el B.
Utilizar el procedimiento de incremento de cota.



Determinar la distancia entre el punto A y el B.
Utilizar el procedimiento de incremento de alejamiento.

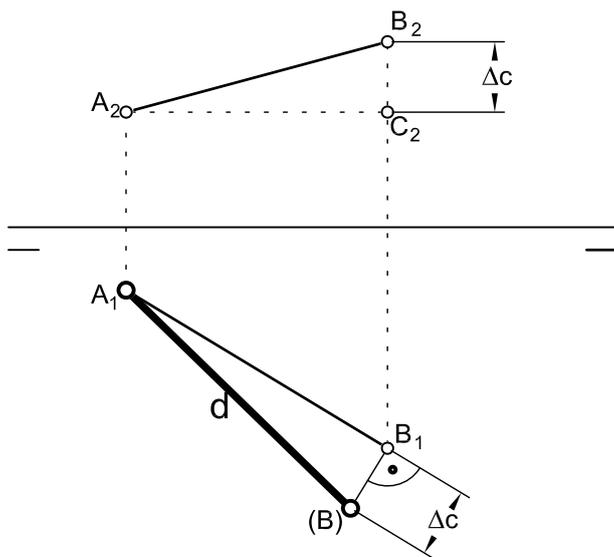


Determinar la distancia entre el punto A y el plano α .



Determinar la distancia entre la recta r y el punto A.

13. DISTANCIA 1

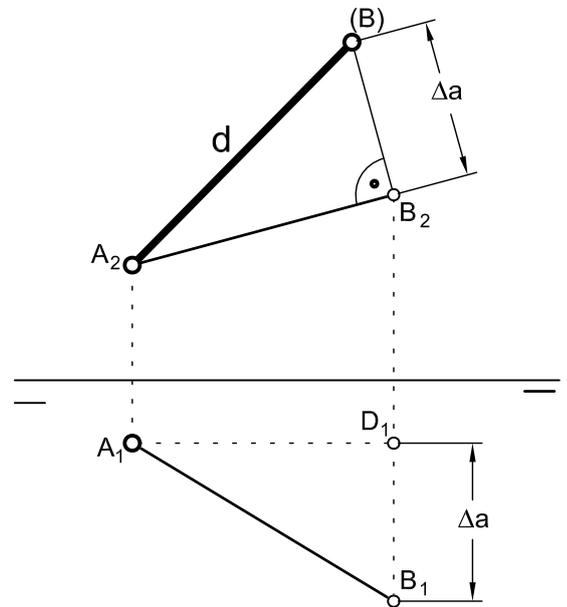


Determinar la distancia entre el punto A y el B.
Utilizar el procedimiento de incremento de cota.

Sean dos puntos A y B; la distancia entre ellos es el segmento AB. En el espacio esto es válido, pero en diédrico la distancia no se puede calcular directamente. Los pasos a seguir son:

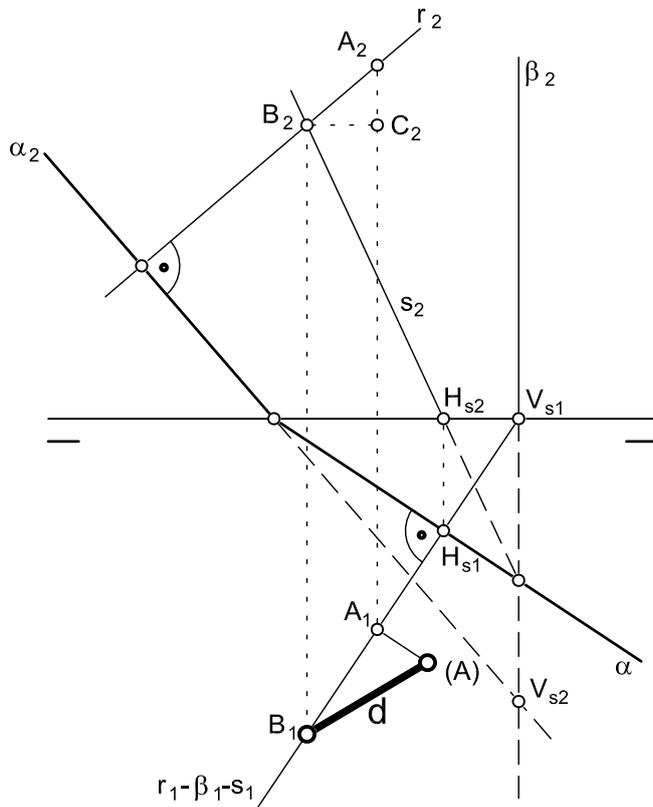
1. Por la proyección vertical A_2 del punto A, de menor cota, se dibuja una línea paralela a la LT, hasta que corte al segmento B_2B_1 en C_2 , siendo el segmento $B_2C_2 = \Delta c$ (diferencia de cotas)
2. Por la proyección horizontal B_1 del punto B, de mayor cota, se dibuja una línea perpendicular al segmento A_1B_1 , sobre la que se lleva a partir de B_1 el Δc , obteniendo el abatimiento (B) del punto B. El segmento $A_1(B)$ es la distancia buscada.

Lo que se ha hecho es sencillamente abatir el triángulo rectángulo, sobre el PH, formado por la hipotenusa el segmento AB, y de catetos la proyección horizontal del segmento, es decir, A_1B_1 y la diferencia de cotas, el otro cateto.



Determinar la distancia entre el punto A y el B.
Utilizar el procedimiento de incremento de alejamiento.

Se puede también abatir sobre el plano PV, llevando en este caso Δa (diferencia de alejamientos) a partir de la proyección vertical de mayor alejamiento. La distancia, por supuesto, es la misma. En un ejercicio, puede servir como comprobación determinar la distancia abatido sobre los dos planos de proyección.

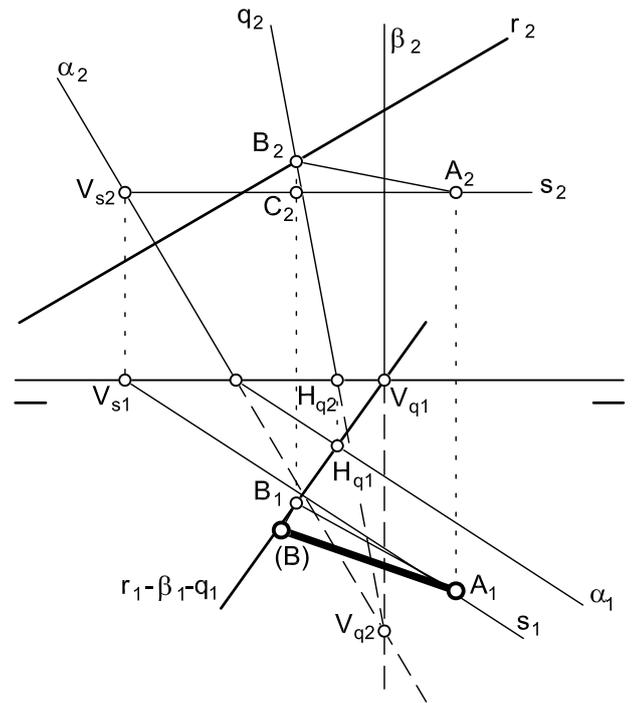


Determinar la distancia entre el punto A y el plano α .

Sean el punto A y el plano α . El problema se reduce a:

1. Dibujar por A una recta r perpendicular al plano α .
2. Determinar el punto B, intersección de la recta r con el plano α .
3. Determinar la distancia entre los puntos A y B, como se ha hecho en los ejercicios anteriores.

Los pasos en diédrico son los mismos, teniendo en cuenta que se trabaja con las proyecciones.



Determinar la distancia entre la recta r y el punto A.

El proceso es, siendo el punto A y la recta r:

1. Se dibuja por el punto A un plano α perpendicular a la recta r. Para ello hemos utilizado la recta horizontal s. Este proceso es como se realizó en la lámina 12.
2. Se determina la intersección del plano α y la recta r, obteniendo el punto B.
3. Se determina la distancia entre los puntos A y B, como se hizo en los ejercicios anteriores.

1. Distancia entre dos planos paralelos

El proceso se reduce a tomar un punto de uno de los planos, teniendo el caso de distancia entre punto y plano.

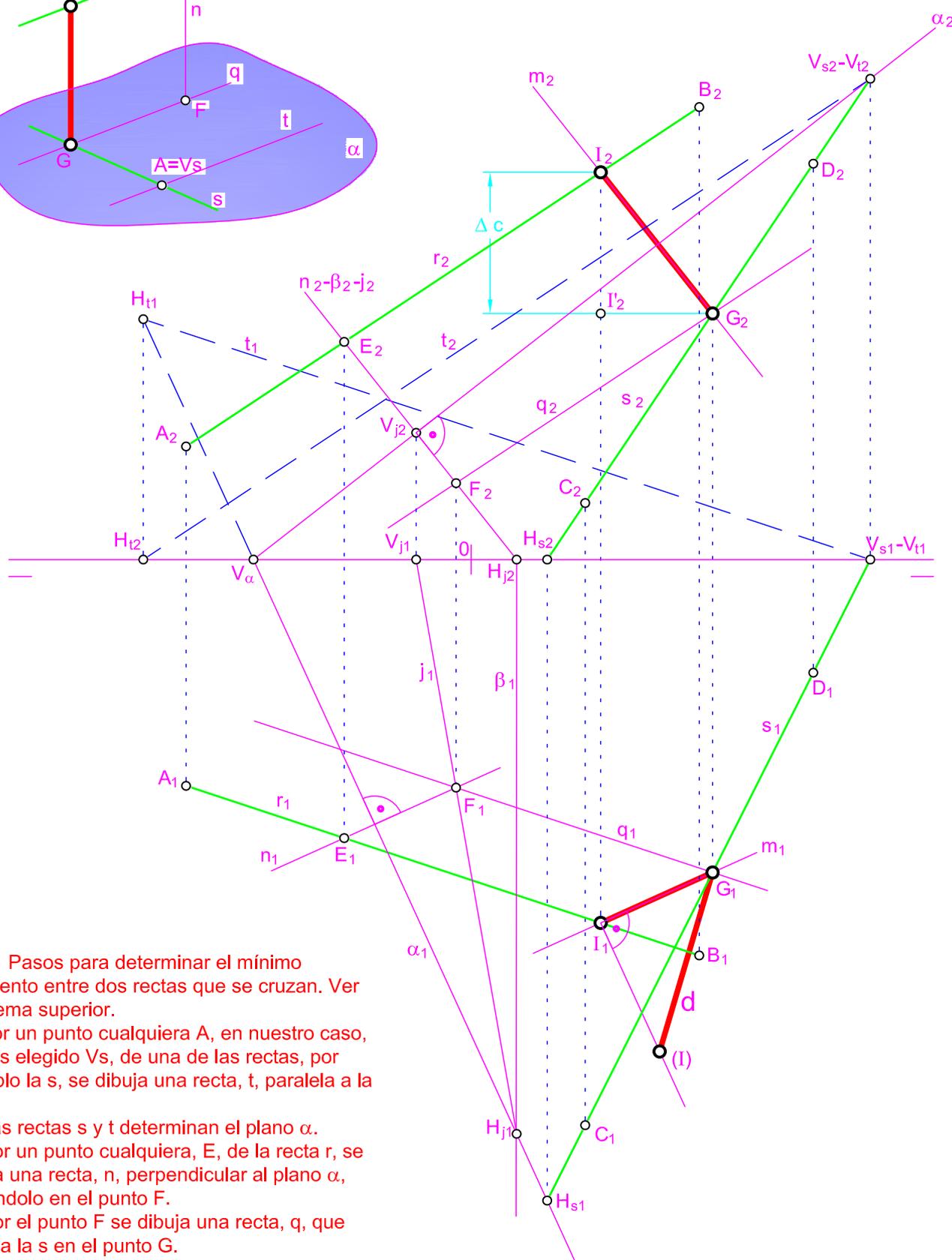
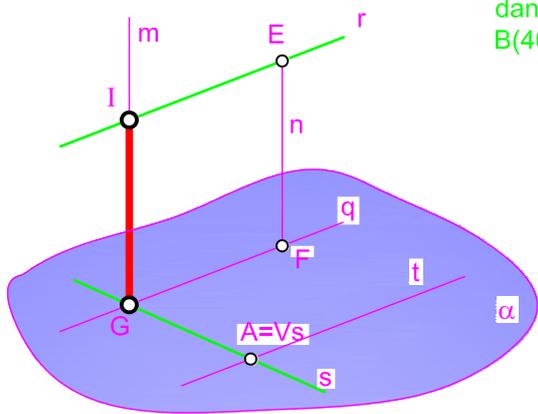
2. Distancia entre dos rectas paralelas

El proceso se reduce a tomar un punto de uno de las rectas, teniendo el caso de distancia entre punto y recta.

3. Distancia entre recta y plano paralelos.

En este caso basta elegir un punto de la recta, teniendo así el caso de distancia entre punto y plano.

Determinar el segmento mínimo (perpendicular común a dos rectas, dando la mínima distancia entre estas) entre las rectas $r[A(-50,40,20), B(40,70,80)]$ y $s[C(20,100,10), D(60,20,70)]$.



- Pasos para determinar el mínimo segmento entre dos rectas que se cruzan. Ver esquema superior.
- 1 - Por un punto cualquiera A, en nuestro caso, hemos elegido V_s , de una de las rectas, por ejemplo la s , se dibuja una recta, t , paralela a la r .
 - 2 - Las rectas s y t determinan el plano α .
 - 3 - Por un punto cualquiera, E , de la recta r , se dibuja una recta, n , perpendicular al plano α , cortándolo en el punto F .
 - 4 - Por el punto F se dibuja una recta, q , que corta a la s en el punto G .
 - 5 - Por el punto G se dibuja una recta, m , paralela a la, n , que corta a la recta r en el punto I . El segmento GI es el segmento perpendicular a las rectas r y s , y el que da la mínima distancia entre ambas rectas.

14. DISTANCIA 2

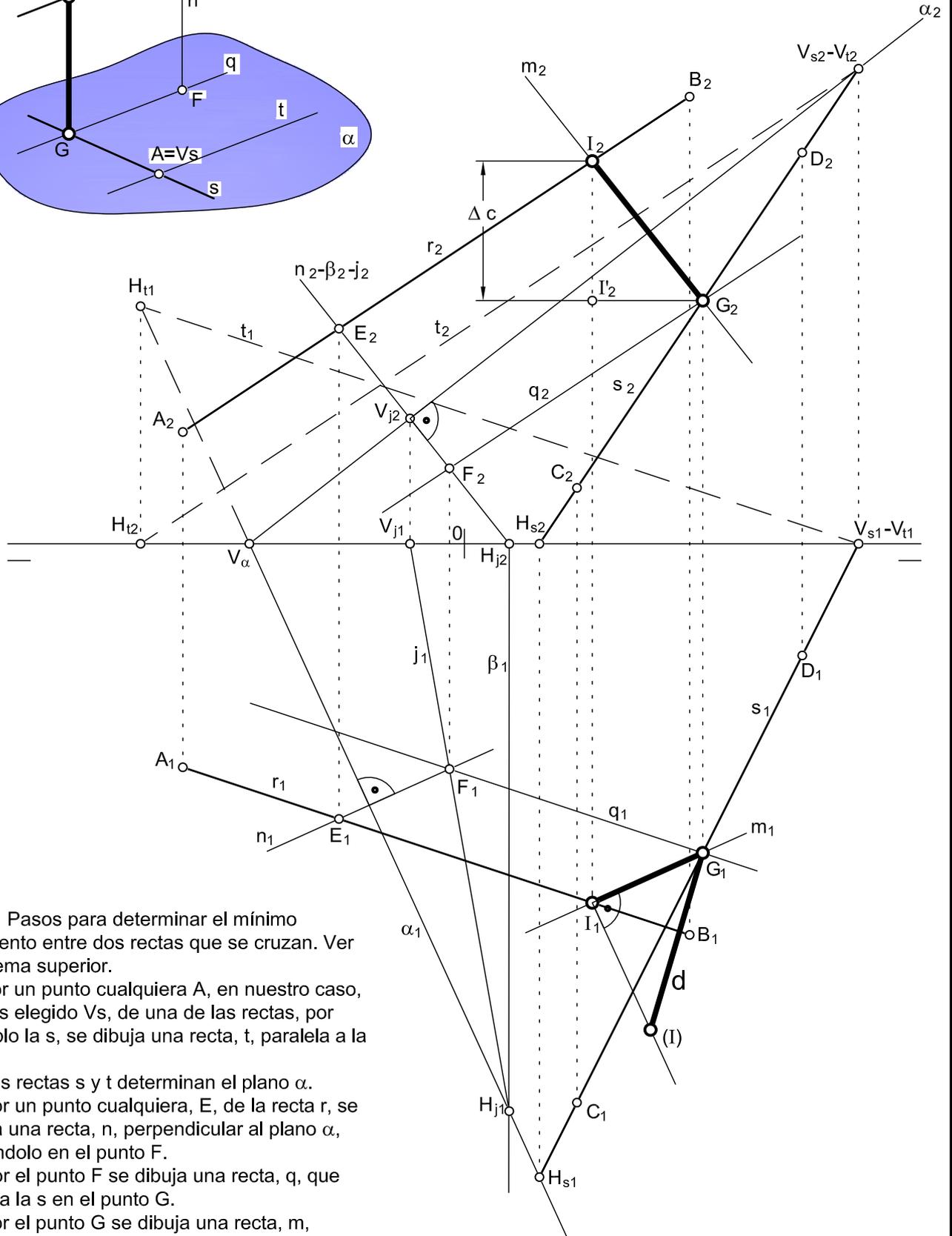
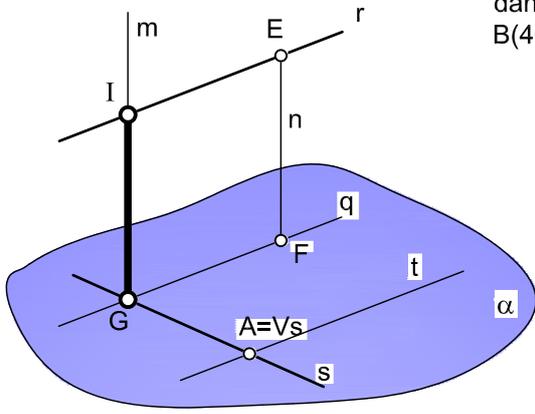
--	--	--

Perpendicular común a dos rectas que se cruzan; o lo que es lo mismo: mínimo segmento entre dos rectas que se cruzan

Los pasos a seguir en diédrico son:

1. Dibujamos las rectas r y s , dadas por los puntos A, B, C y D ; determinando solo las trazas de la recta s , pues las de la r , no son necesarias en este caso.
2. Por un punto, en nuestro caso la traza vertical V_s de la recta s , por ejemplo, se dibuja la recta t paralela a la otra, la r ; para ello por las proyecciones V_{s1} y V_{s2} de la traza vertical V_s de la recta s , se dibujan las proyecciones de la recta t , paralelas a las homónimas de la recta s , obteniendo t_1 y t_2 .
3. Se dibuja el plano α definido por las rectas s y t . En nuestro caso la traza horizontal α_1 , se determina uniendo las proyecciones horizontales H_{s1} y H_{t1} trazas horizontales de las rectas s y t .
La traza vertical α_2 , se determina uniendo el vértice V_α del plano α con las proyecciones verticales V_{s2} y V_{t2} , de las trazas verticales de las rectas s y t , que en este caso coinciden.
4. Ahora el problema lo hemos reducido a determinar la distancia entre la recta r y el plano α , que son paralelos. Para ello...
5. Se elige un punto cualquiera, $E(E_1, E_2)$, de la recta r .
6. Se dibuja por él la recta n , perpendicular al plano α , dibujando por las proyecciones E_1 y E_2 del punto E las proyecciones de la recta n perpendiculares a las trazas homónimas del plano α , es decir $n_1 \perp \alpha_1$ y $n_2 \perp \alpha_2$.
7. Se determina la intersección de la recta n con el plano α . Para ello ...
 - Se dibuja el proyectante vertical β que contiene la recta n .
 - Se interseca el plano β con el α , obteniendo la recta j , que corta a la recta n en el punto F , que es la intersección del plano α con la recta n . Intersección que se obtiene al cortar la proyección horizontal j_1 a la n_1 en la proyección F_1 .
8. Por el punto F se dibuja la recta q paralela a la r , que corta a la s , en el punto G .
9. Por el punto G se dibuja la recta m paralela a la n , o lo que es lo mismo perpendicular a al plano α , que corta a la recta r en el punto I . El segmento GI es la perpendicular común a las rectas r y s , valiendo dicho segmento la mínima distancia entre dichas rectas.
10. Para determinar esta mínima distancia, se utiliza el procedimiento de incremento de cota, Δc .
Observa que en el proceso hemos dibujado un rectángulo $EFGI$, que en las proyecciones son paralelogramos.
Si solo hubiéramos querido determinar la mínima distancia, con el segmento FE hubiera bastado.

Determinar el segmento mínimo (perpendicular común a dos rectas, dando la mínima distancia entre estas) entre las rectas $r[A(-50,40,20), B(40,70,80)]$ y $s[C(20,100,10), D(60,20,70)]$.



Pasos para determinar el mínimo segmento entre dos rectas que se cruzan. Ver esquema superior.

- 1 - Por un punto cualquiera A, en nuestro caso, hemos elegido V_s , de una de las rectas, por ejemplo la s , se dibuja una recta, t , paralela a la r .
- 2 - Las rectas s y t determinan el plano α .
- 3 - Por un punto cualquiera, E, de la recta r , se dibuja una recta, n , perpendicular al plano α , cortándolo en el punto F.
- 4 - Por el punto F se dibuja una recta, q , que corta a la s en el punto G.
- 5 - Por el punto G se dibuja una recta, m , paralela a la, n , que corta a la recta r en el punto I. El segmento GI es el segmento perpendicular a las rectas r y s , y el que da la mínima distancia entre ambas rectas.

Perpendicular común a dos rectas que se cruzan; o lo que es lo mismo: mínimo segmento entre dos rectas que se cruzan

Los pasos a seguir en diédrico son:

1. Dibujamos las rectas r y s , dadas por los puntos A, B, C y D ; determinando solo las trazas de la recta s , pues las de la r , no son necesarias en este caso.
2. Por un punto, en nuestro caso la traza vertical V_s de la recta s , por ejemplo, se dibuja la recta t paralela a la otra, la r ; para ello por las proyecciones V_{s1} y V_{s2} de la traza vertical V_s de la recta s , se dibujan las proyecciones de la recta t , paralelas a las homónimas de la recta s , obteniendo t_1 y t_2 .
3. Se dibuja el plano α definido por las rectas s y t . En nuestro caso la traza horizontal α_1 , se determina uniendo las proyecciones horizontales H_{s1} y H_{t1} trazas horizontales de las rectas s y t .
La traza vertical α_2 , se determina uniendo el vértice V_α del plano α con las proyecciones verticales V_{s2} y V_{t2} , de las trazas verticales de las rectas s y t , que en este caso coinciden.
4. Ahora el problema lo hemos reducido a determinar la distancia entre la recta r y el plano α , que son paralelos. Para ello...
5. Se elige un punto cualquiera, $E(E_1, E_2)$, de la recta r .
6. Se dibuja por él la recta n , perpendicular al plano α , dibujando por las proyecciones E_1 y E_2 del punto E las proyecciones de la recta n perpendiculares a las trazas homónimas del plano α , es decir $n_1 \perp \alpha_1$ y $n_2 \perp \alpha_2$.
7. Se determina la intersección de la recta n con el plano α . Para ello ...
 - Se dibuja el proyectante vertical β que contiene la recta n .
 - Se interseca el plano β con el α , obteniendo la recta j , que corta a la recta n en el punto F , que es la intersección del plano α con la recta n . Intersección que se obtiene al cortar la proyección horizontal j_1 a la n_1 en la proyección F_1 .
8. Por el punto F se dibuja la recta q paralela a la r , que corta a la s , en el punto G .
9. Por el punto G se dibuja la recta m paralela a la n , o lo que es lo mismo perpendicular a al plano α , que corta a la recta r en el punto I . El segmento GI es la perpendicular común a las rectas r y s , valiéndolo dicho segmento la mínima distancia entre dichas rectas.
10. Para determinar esta mínima distancia, se utiliza el procedimiento de incremento de cota, Δc .
Observa que en el proceso hemos dibujado un rectángulo $EFGI$, que en las proyecciones son paralelogramos.
Si solo hubiéramos querido determinar la mínima distancia, con el segmento FE hubiera bastado.

13. DISTANCIA 1		