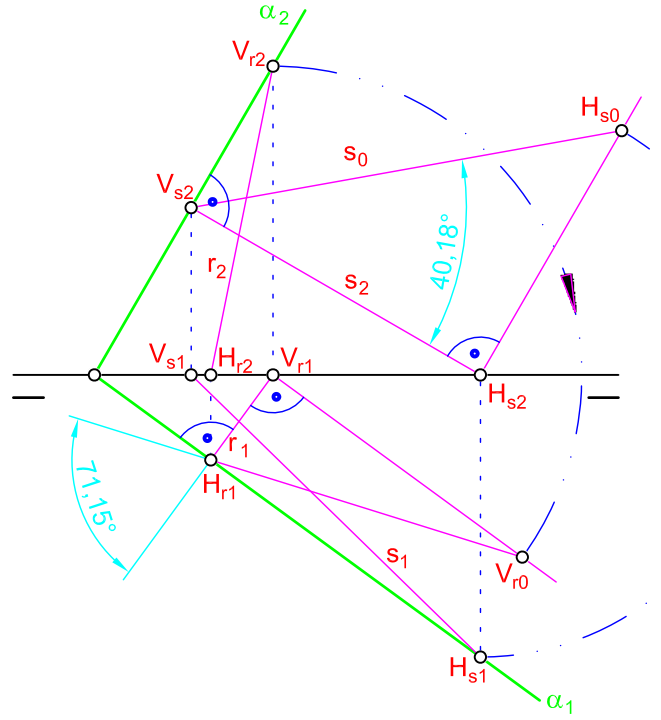
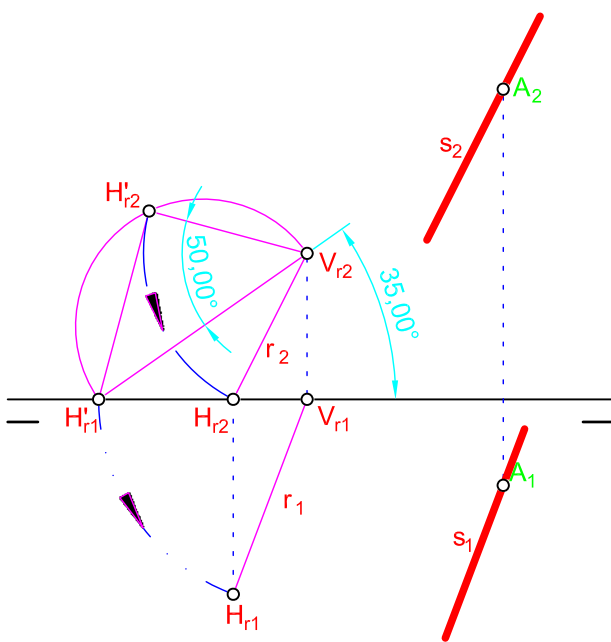


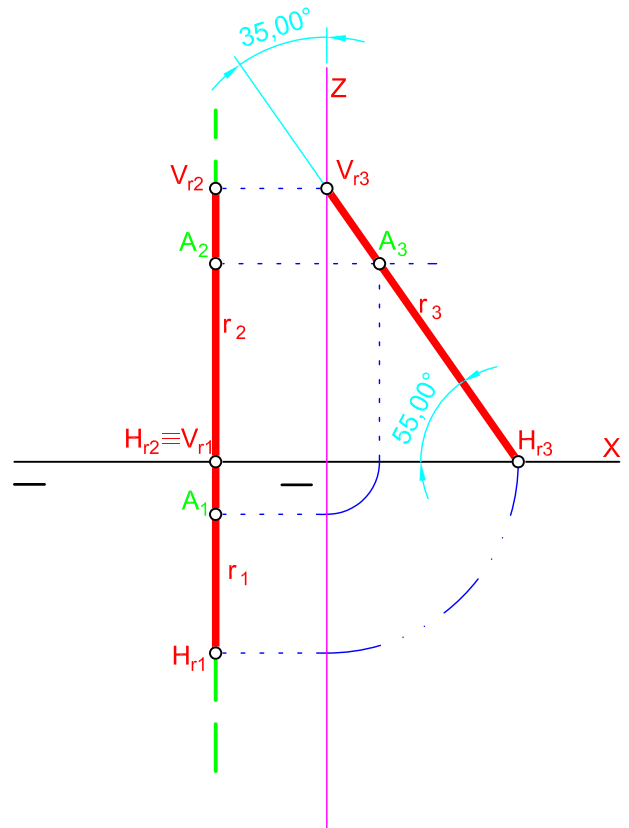
Determinar el ángulo que forma la recta  $r$  con los planos de proyección.



Determinar el ángulo que forma el plano  $\alpha$  con los planos de proyección.

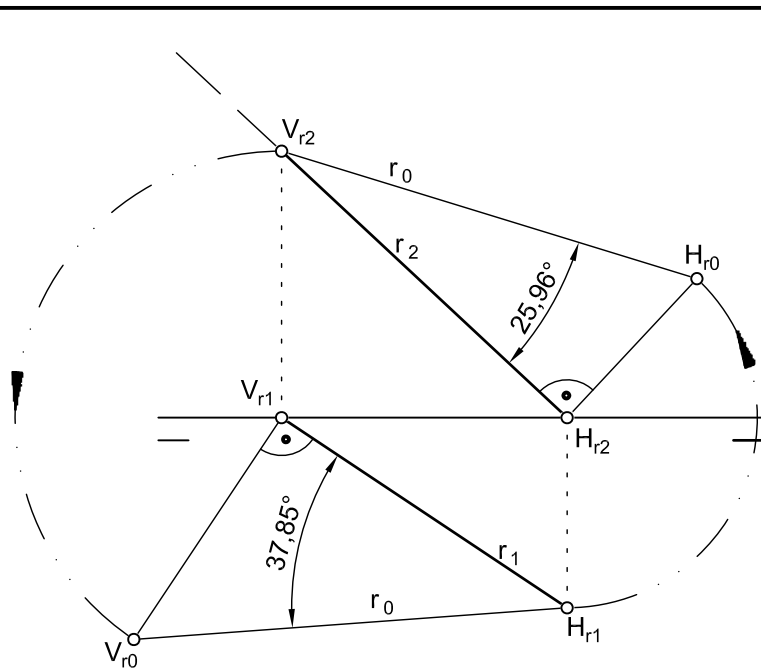


Determinar una recta que pase por el punto  $A$  y que forme un ángulo de  $35^\circ$  con el PH y de  $50^\circ$  con el PV. Creciendo de izquierda a derecha, del  $1^\circ$  cuadrante al segundo y parte vista entre trazas.



Determinar una recta que pase por el punto  $A$  y que forme un ángulo de  $55^\circ$  con el PH y de  $35^\circ$  con el PV. Parte vista entre trazas.

## 19. ÁNGULOS 1



Determinar el ángulo que forma la recta  $r$  con los planos de proyección.

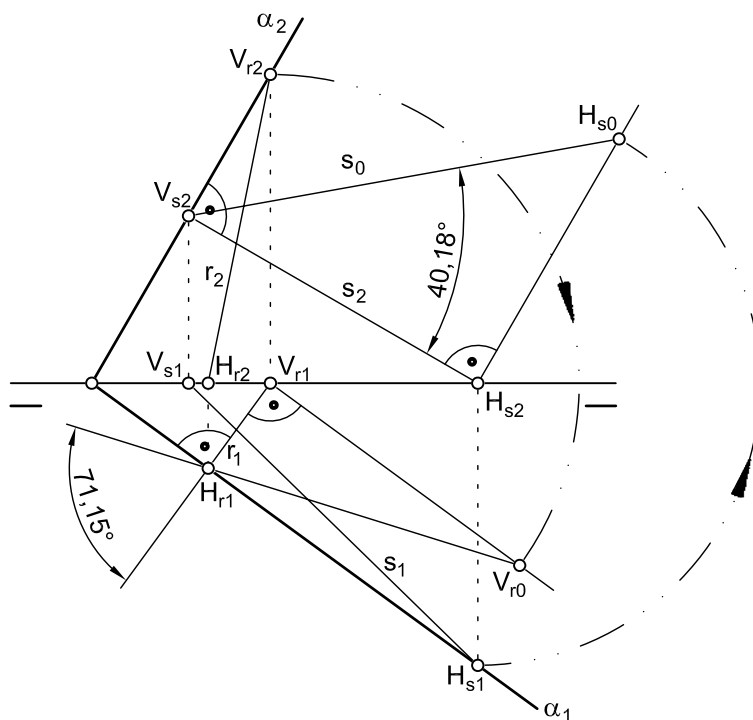
La determinación del ángulo que forma una recta con los planos de proyección, se parece al proceso descrito con lo de la distancia entre puntos, pues se reduce al abatimiento de triángulos rectángulos sobre los planos de proyección. Veamos el proceso del ángulo con el PH:

1. Se abate la traza vertical  $V_r$ , respecto de la proyección horizontal de la recta  $r$ , para ello ....
2. Por  $V_{r1}$  se dibuja una línea perpendicular a la proyección horizontal  $r_1$ .
3. Se lleva sobre la perpendicular anterior la cota de la traza vertical, haciendo centro en  $V_{r1}$  y con radio  $V_{r1}V_{r2}$ , obteniendo el abatimiento  $V_{r0}$ .
4. El ángulo con el PH es el obtenido en el vértice  $H_{r1}$  del triángulo rectángulo  $H_{r1}V_{r1}V_{r0}$ .

Veamos el proceso del ángulo con el PV:

5. Se abate la traza horizontal  $H_r$ , respecto de la proyección vertical de la recta  $r$ , para ello ....
6. Por  $H_{r2}$  se dibuja una línea perpendicular a la proyección vertical  $r_2$ .
7. Se lleva sobre la perpendicular anterior el alejamiento de la traza horizontal, haciendo centro en  $H_{r2}$  y con radio  $H_{r2}H_{r1}$ , obteniendo el abatimiento  $H_{r0}$ .
8. El ángulo con el PV es el obtenido en el vértice  $V_{r2}$  del triángulo rectángulo  $V_{r2}H_{r2}H_{r0}$ .

El valor de la suma de los ángulos que forma una recta con los planos de proyección, está comprendido entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , ambos inclusive.



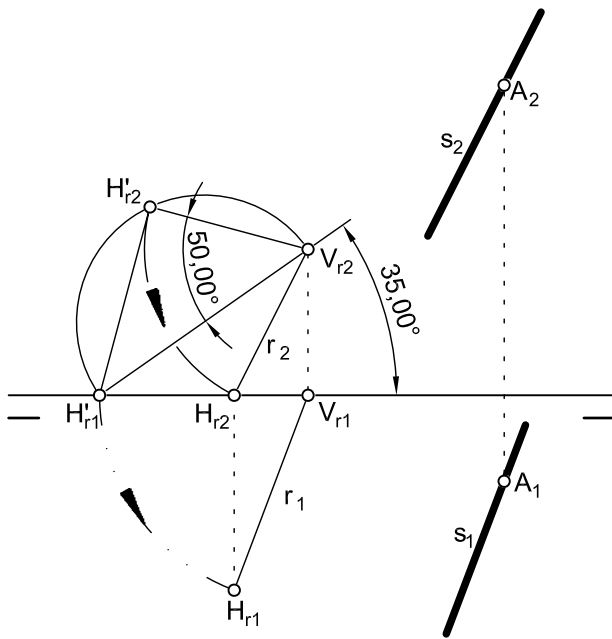
Determinar el ángulo que forma el plano  $\alpha$  con los planos de proyección.

El ángulo que forma un plano con los de proyección, se determina utilizando sus rectas de máxima pendiente, para el ángulo con el PH y la de máxima inclinación con el PV.

Por lo tanto basta dibujar una recta de cada tipo del plano y realizar los mismos pasos descritos en el ejercicio anterior, del ángulo con el PH de la recta de máxima pendiente y del ángulo con el PV de la recta de máxima inclinación.

El valor de la suma de los ángulos que forma un plano con los de proyección, está comprendido entre  $90^\circ$  y  $180^\circ$ , ambos inclusive.

## 19. ÁNGULOS 1

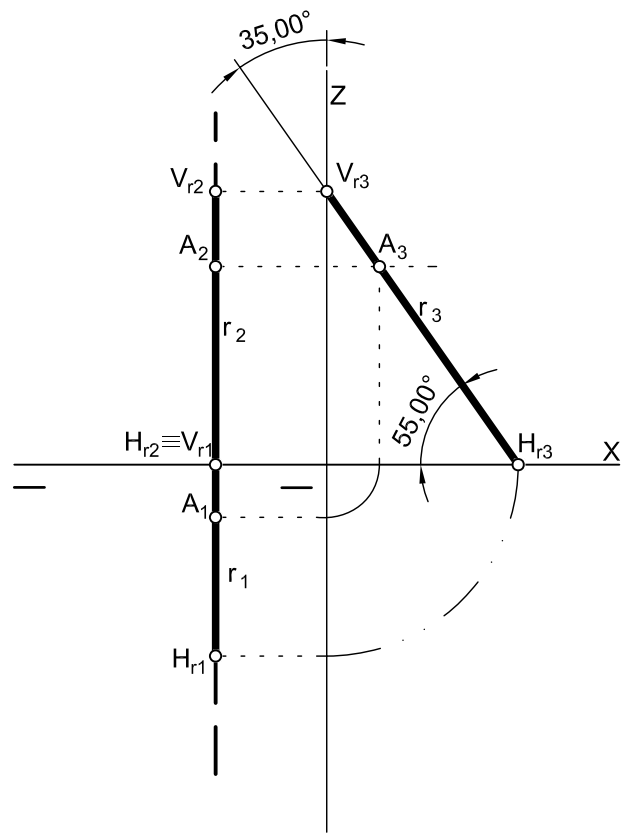


Determinar una recta que pase por el punto A y que forme un ángulo de  $35^\circ$  con el PH y de  $50^\circ$  con el PV. Creciendo de izquierda a derecha, del 1º cuadrante al segundo y parte vista entre trazas.

El proceso que se describe a continuación es el abatimiento sobre el PV de dos triángulos, los utilizados para la determinación del ángulo de la recta con los planos de proyección. Veamos el proceso:

1. Vamos a dibujar una recta cualquiera  $r$ , con las condiciones dadas, para ello ....
2. Elegimos una traza vertical  $V_r$  cualquiera.
3. A partir de  $V_{r2}$ , se dibuja una línea que forme con la LT el ángulo de  $35^\circ$ , cortando a ésta en el punto  $H'_{r1}$ .
4. Se dibuja una semicircunferencia de diámetro  $H'_{r1}V_{r2}$ .
5. A partir de  $V_{r2}$ , se dibuja un ángulo de  $50^\circ$ , cuyo lado corta a la semicircunferencia en  $H'_{r2}$ .
6. Con centro en  $V_{r2}$  y radio  $V_{r2}H'_{r2}$ , se dibuja un arco que corta a la LT en  $H_{r2}$ .
7. Por  $H_{r2}$  se dibuja una línea perpendicular a la LT.
8. Con centro en  $V_{r1}$  y radio  $V_{r1}H'_{r1}$ , se dibuja un arco que corta a la anterior perpendicular en  $H_{r1}$ . Ya tenemos las trazas de la recta  $r$ .
9. Una vez obtenida la recta  $r$ , basta por las proyecciones del punto A dibujar las proyecciones paralelas a las homónimas de la recta  $r$ , obteniendo así la recta  $s$ .

El proceso descrito es con respecto a la orientación indicada, pues para los mismos valores de los ángulos, hay más posibilidades.

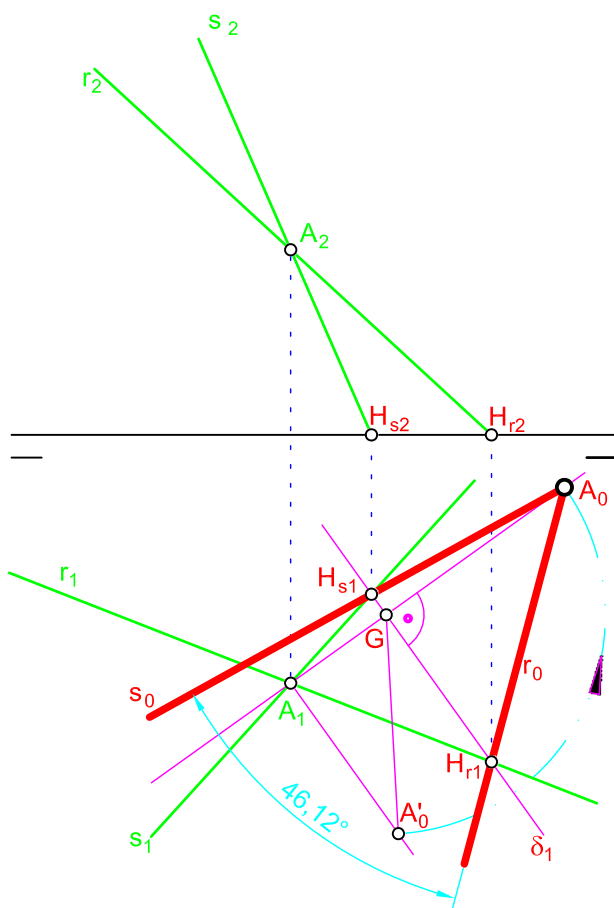


Determinar una recta que pase por el punto A y que forme un ángulo de  $55^\circ$  con el PH y de  $35^\circ$  con el PV. Parte vista entre trazas.

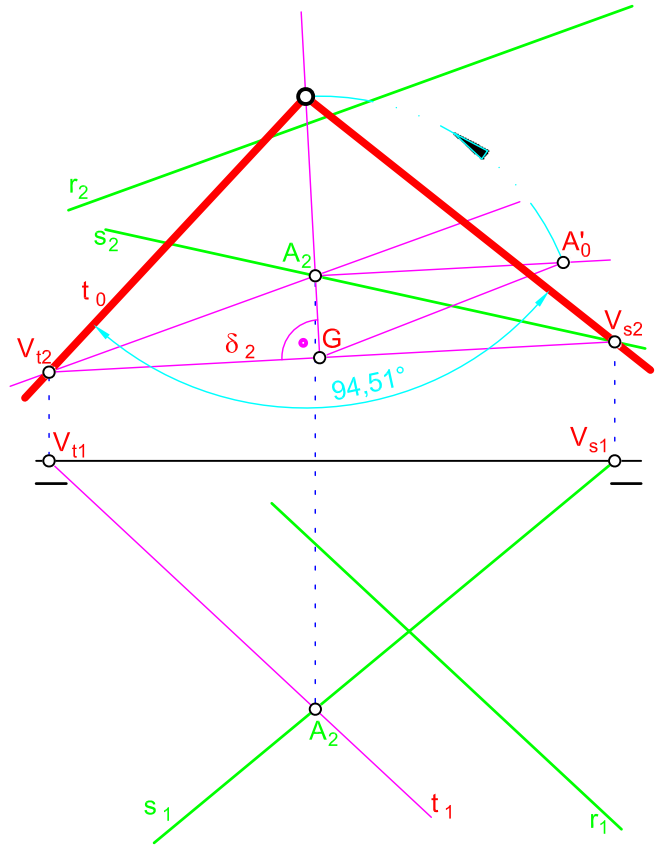
En el caso de este ejercicio, los ángulos suman  $90^\circ$ , y ambos son distintos de  $90^\circ$  y  $0^\circ$ , por lo tanto la recta es de perfil. cuyo dibujo es:

1. Se determina la tercera proyección del punto A.
2. Por  $A_3$  se dibuja la proyección  $r_3$ , que forma con la prolongación de la LT  $55^\circ$ .
3. Esta proyección corta a las líneas Z y X, en las proyecciones terceras de las trazas, es decir  $H_{r3}$  y  $V_{r3}$ .
4. Como la recta es de perfil, sus trazas están en la línea que une las proyecciones horizontal y vertical del punto A.

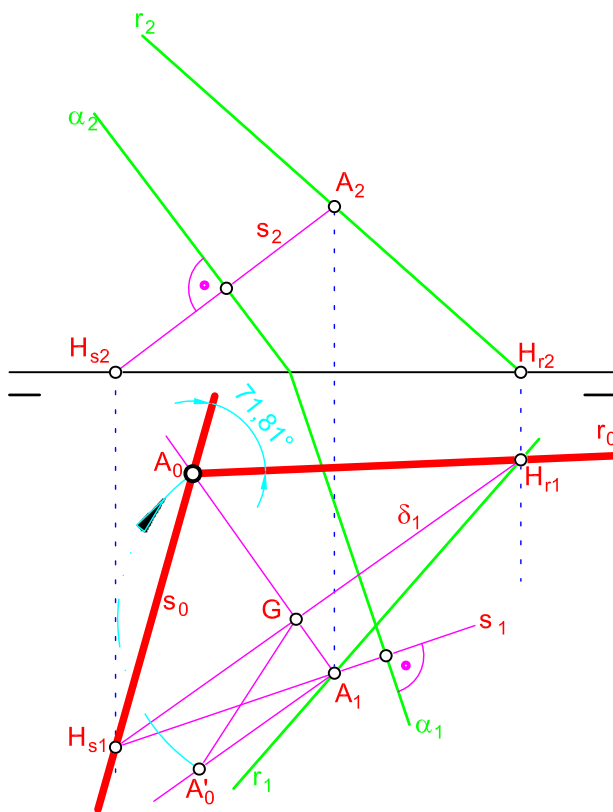
Nota: la línea Z es la intersección entre el PV y el PP y la X es la intersección entre el PH y el PP.



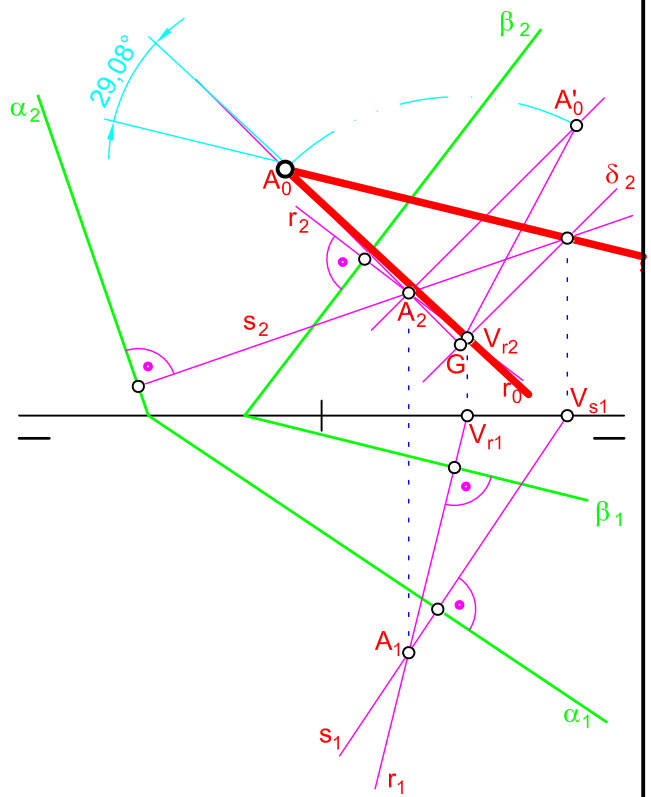
Determinar el ángulo entre las rectas  $r$  y  $s$ , que se cortan.



Determinar el ángulo entre las rectas  $r$  y  $s$ , que se cruzan.

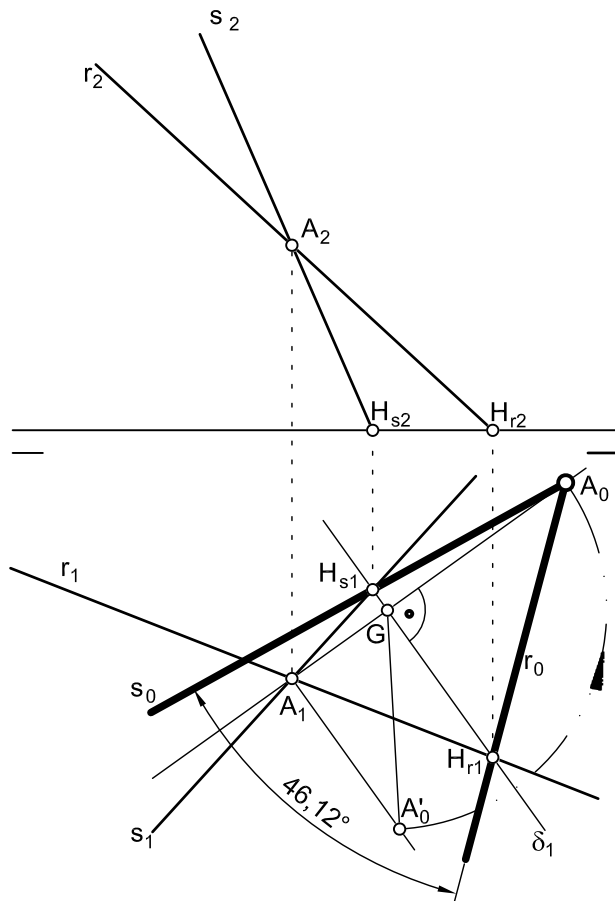


Determinar el ángulo entre la recta  $r$  y el plano  $\alpha$ .



Determinar el ángulo entre los planos  $\alpha$  y  $\beta$ .

## 20. ÁNGULOS

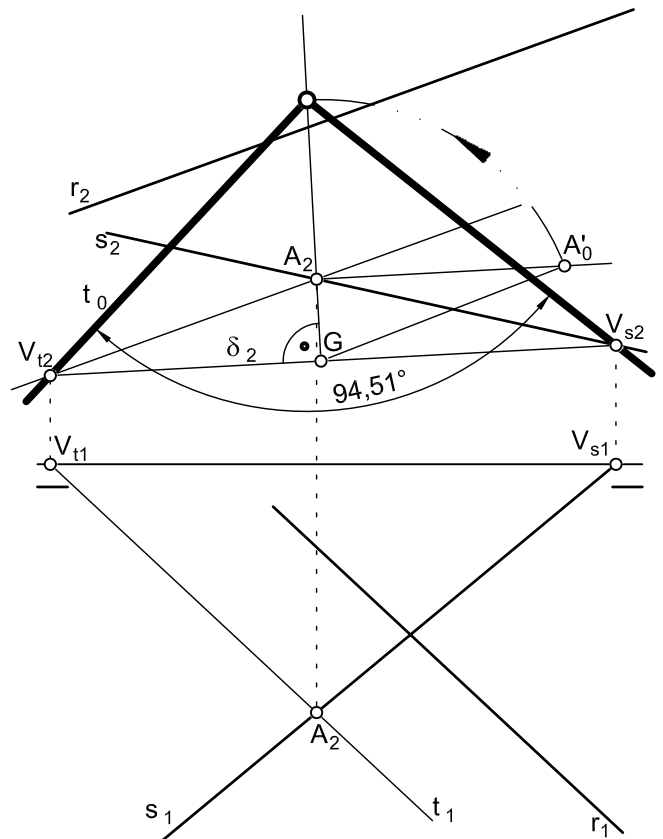


Determinar el ángulo entre las rectas  $r$  y  $s$ , que se cortan.

El ángulo es una de las propiedades que no se mantiene en diédrico, teniendo que utilizar alguno de los procedimientos vistos en las láminas anteriores, para obtener su valor entre los distintos elementos. veamos el proceso en este caso:

1. Se determinan las trazas horizontales de las dos rectas,  $H_r$  y  $H_s$ , que unidas nos da la traza horizontal  $\delta_1$ , del plano que contiene a las dos rectas.
2. Ahora se abate respecto de la traza  $\delta_1$ , el punto  $A$ , para ello ....
3. Por la proyección  $A_1$ , se dibuja una línea perpendicular y otra paralela a la traza  $\delta_1$ .
4. Sobre la paralela anterior se lleva la cota del punto  $A$ , obteniendo el abatimiento  $A'0$ .
5. La perpendicular del paso 3, corta a  $\delta_1$  en el punto  $G$ .
6. Haciendo centro en  $G$  y con radio  $GA'0$ , se dibuja un arco que corta a la perpendicular en el abatimiento  $A_0$  buscado.
7. Se une dicho abatimiento con las proyecciones horizontales de las trazas horizontales de las rectas, obteniendo los abatimientos de las rectas, es decir,  $r_0$  y  $s_0$ . El ángulo buscado es el descrito por estos abatimientos y de vértice  $A_0$ .

El valor que se toma es el agudo, aunque el suplementario de este valor, también es valido, depende de lo que se necesite.

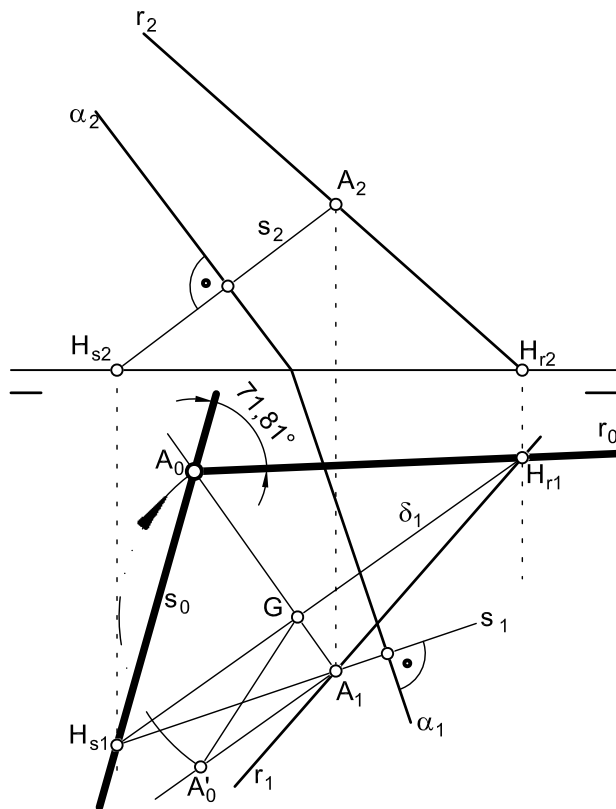


Determinar el ángulo entre las rectas  $r$  y  $s$ , que se cruzan.

El ángulo entre dos rectas que se cruzan, se resuelve eligiendo un punto de una de las rectas y dibujando por él una recta paralela a la otra, procediendo a continuación como se ha descrito en el ejercicio anterior.

En este caso se ha procedido a abatir el punto sobre el PV, por ello ....

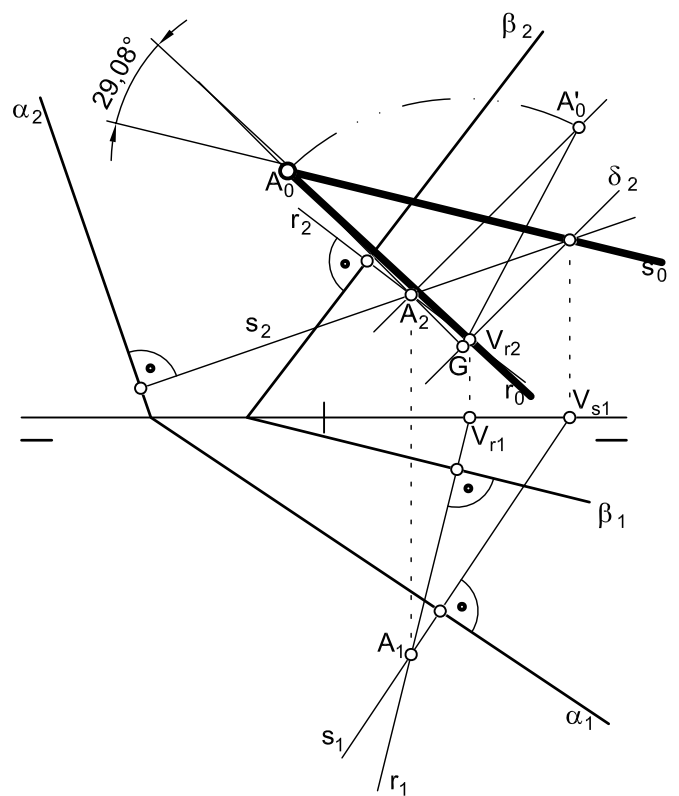
1. Se elige un punto  $A$  de la recta  $s$ , y por él se ha dibujado la recta  $t$  paralela a la  $r$ .
2. Se determinan las trazas verticales de las dos rectas,  $V_r$  y  $V_t$ , que unidas nos da la traza vertical  $\delta_2$ , del plano que contiene a las dos rectas.
3. Ahora se abate respecto de la traza  $\delta_2$ , el punto  $A$ , para ello ....
4. Por la proyección  $A_2$ , se dibuja una línea perpendicular y otra paralela a la traza  $\delta_2$ .
5. Sobre la paralela anterior se lleva el alejamiento del punto  $A$ , obteniendo el abatimiento  $A'0$ .
6. La perpendicular del paso 4, corta a  $\delta_2$  en el punto  $G$ .
7. Haciendo centro en  $G$  y con radio  $GA'0$ , se dibuja un arco que corta a la perpendicular en el abatimiento  $A_0$  buscado.
8. Se une dicho abatimiento con las proyecciones verticales de las trazas verticales de las rectas, obteniendo los abatimientos de las rectas, es decir,  $t_0$  y  $s_0$ . El ángulo buscado es el descrito por estos abatimientos y de vértice  $A_0$ .



Determinar el ángulo entre la recta  $r$  y el plano  $\alpha$ .

En el caso de ángulo entre plano y recta, el proceso se reduce a elegir un punto cualquiera de la recta, él  $A$ , y dibujar desde él una recta perpendicular al plano, la  $s$ , determinando el ángulo entre estas dos rectas, la dada y la perpendicular. El ángulo buscado es el complementario del obtenido.

En nuestro caso vale  $90^\circ - 71,81^\circ = 18,19^\circ$ .



Determinar el ángulo entre los planos  $\alpha$  y  $\beta$ .

En el caso de ángulo entre planos, el proceso, indirecto, se reduce a elegir un punto cualquiera, él  $A$ , exterior a los planos y dibujar desde él una recta perpendicular a cada plano, la  $s$  y la  $r$ , determinando el ángulo entre estas dos rectas. El ángulo buscado es el suplementario del obtenido.

En nuestro caso vale  $180^\circ - 29,08^\circ = 150,92^\circ$ . Al igual que con el ángulo entre rectas, aquí también se puede dar como válido el del suplementario, es decir  $29,08^\circ$ .

En este caso el abatimiento se ha hecho sobre el PV.